

## بررسی عوامل مختلف بر میزان برداشت گندم با استفاده از مدل رگرسیون چندسطحی

انور قیطولی<sup>†\*</sup> و سید محمدابراهیم حسینی‌نسب<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> مرکز آمار ایران

<sup>‡</sup> دانشگاه شهید بهشتی

**چکیده:** گندم محصول عمده‌ی زراعی است که در شرایط آبی و دیم کشت می‌شود و نقش عمده‌ای در تغذیه‌ی انسان دارد که در الگوی غذایی ۷۵ درصد از جمعیت جهان سهم دارد. ایران قبل از سال ۱۳۸۳ به‌عنوان یک کشور واردکننده‌ی گندم جهان شناخته شده بود و در سال ۱۳۸۳ از نظر واردات گندم خودکفا شد. در این مقاله، نخست مدل‌های دوسطحی، برآورد پارامترهای آن با استفاده از روش‌های ماکسیمم درستنمایی (کامل و محدودشده) و روش‌های بوت‌استرپی (پارامتری و ناپارامتری) و بازه‌های اطمینان بوت‌استرپی برای این نوع مدل‌ها به‌طور مختصر تشریح شده است. سپس، میزان تأثیر عوامل مختلف بر میزان برداشت گندم کشاورزان با استفاده از مدل دوسطحی مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی: گندم؛ مدل چندسطحی؛ ماکسیمم درستنمایی؛ روش‌های بوت‌استرپ؛ بازه‌های اطمینان بوت‌استرپی.

### ۱- مقدمه

گندم یکی از منابع غذایی عمده‌ی جهان به شمار می‌رود. این محصول از نظر میزان تولید، مهم‌ترین گیاه زراعی در جهان بوده و تولید آن در سال ۲۰۰۵ به مرز تقریبی ۶۲۶ میلیون تن رسیده است. بیش از ۲۵ درصد از تولید غلات در جهان به گندم اختصاص دارد و انسان به‌طور مستقیم ۹۰ درصد فراورده‌های این گیاه را در جهان مصرف می‌کند. گندم نه تنها بیش‌ترین سطح کشت را در جهان به خود اختصاص می‌دهد، بلکه چنان‌چه مقایسه‌ای

\* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات

دریافت: ۱۳۹۱/۵/۱۵، پذیرش: ۱۳۹۲/۴/۹.

بین این گیاه و سایر غلات عمده‌ی کشت شده هم‌چون برنج و ذرت از لحاظ میزان تولید پروتئین صورت گیرد، این تفاوت قابل ملاحظه‌تر خواهد بود [۱۲].

گرچه سطح زیر کشت و میزان تولید گندم از سال ۱۹۰۰ تا کنون افزایش یافته، اما این افزایش به صورت خطی نبوده است. رابطه‌ی خطی بین سطح زیر کشت و میزان افزایش تولید تنها در سال‌های ۱۹۰۳ تا ۱۹۵۵ قابل مشاهده است. شیب خط بین این دو مؤلفه در این سال‌ها برابر یک بوده و نشان می‌دهد که افزایش عملکرد تا حدود زیادی به افزایش سطح زیر کشت در این دوره بستگی دارد [۱۲]. تولید گندم از سال ۱۹۶۰ نسبت به گذشته روندی رو به رشد داشته است و این افزایش به‌طور قابل توجهی به افزایش میانگین تولید در هکتار بستگی دارد [۴]. گرچه تغییرات سطح زیر کشت از سال ۱۹۶۱ تا کنون از یک روند نسبتاً ثابت برخوردار بوده است، تولید کل گندم در این سال‌ها به سرعت افزایش یافته و در سال‌های ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۵ به بیش‌ترین مقدار خود رسیده است [۴]. متوسط برداشت گندم در جهان از ۱۰۸۸ کیلوگرم در هکتار در سال ۱۹۶۱ به ۲۸۶۸ کیلوگرم در هکتار در سال ۲۰۰۴ افزایش یافته که معادل ۶۲ درصد است [۳]. این مطلب نشان می‌دهد که روند تغییرات میانگین تولید گندم جهان در ۵۰ سال اخیر به‌طور افزایشی و با شیب سریع دنبال شده است. کاهش سطح زیر کشت از سال‌های ۱۹۸۵ تا ۱۹۹۴ در اکثر نقاط جهان به استثنای بخش‌هایی از قاره‌ی آسیا قابل توجه است [۱۲]. همچنین مطالعه‌ی وضعیت تولید کل و سطح زیر کشت در سال‌های ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۵ نشان می‌دهد که سطح زیر کشت از یک روند نسبتاً ثابت و تا حدی نزولی در طی این سال‌ها تبعیت کرده است [۴].

در ایران گندم محصول عمده‌ی زراعی است که در شرایط آبی و دیم کشت می‌شود. بر اساس آمار، سطح زیر کشت گندم به‌طور متوسط حدود ۶/۲ میلیون هکتار می‌باشد که از این مقدار ۲/۲ میلیون هکتار به اراضی دیم تخصیص داده شده است. میزان تولید گندم متأثر از عوامل مختلفی مانند دیم با آبی بودن محصول، سطح زیر کشت و ... است [۱]. با وجود روند افزایشی تولید گندم، میزان تولید در داخل کشور تا سال ۱۳۸۳ نیاز مصرف داخلی را تأمین نمی‌کرد و هر سال واردات گندم بخش قابل توجهی از کل واردات را شامل می‌شد که مقدار زیادی از منابع ارزی کشور را به خود اختصاص می‌داد به‌گونه‌ای که کشور ایران به یکی از واردکنندگان اصلی گندم در جهان تبدیل شده بود. ایران پس از سال‌ها واردات گندم با دستیابی به خودکفایی در سال ۱۳۸۳ در تولید گندم، جشن

خودکفایی برقرار کرد ولی در سال‌های بعد با کاهش تولید روبه‌رو شد و مجدداً در سال ۱۳۸۷ به یکی از بزرگ‌ترین واردکننده‌های جهان تبدیل شد (اتاق بازرگانی ایران). در این مقاله به بررسی میزان تأثیر عوامل مختلف بر مقدار برداشت گندم کشاورزان در ایران می‌پردازیم. داده‌های مورد استفاده، نمونه‌ای از میزان برداشت گندم کشاورزان از ۸ استان (آذربایجان غربی، کرمانشاه، اصفهان، چهارمحال و بختیاری، یزد، قزوین، قم و خراسان جنوبی) است که توسط وزارت جهاد کشاورزی در سال ۱۳۸۷ جمع‌آوری شده است. در بخش ۲ این مقاله به بررسی وضعیت گندم از سال ۱۳۶۸ به بعد می‌پردازیم. در بخش ۳ در مورد مدل‌های دوسطحی، برآورد پارامترهای آن، در بخش ۴ در مورد بازه‌های اطمینان بوت‌استرپی و روش‌های بوت‌استرپ برای مدل‌های دوسطحی بحث می‌کنیم و در نهایت در بخش ۵ به تحلیل داده‌های مربوط به برداشت گندم سال ۱۳۸۷ بر اساس مدل دوسطحی می‌پردازیم.

## ۲- تولید گندم در ایران

سطح زیر کشت گندم در ایران در ۵۰ سال گذشته تا حدودی افزایش یافته است و این میزان در سال ۲۰۰۴ به ۶۶۰۰۰۰۰ هکتار رسیده است. افزایش سطح زیر کشت گندم در سال‌های اخیر را تا حدودی می‌توان با تخریب مراتع و تبدیل آن‌ها به اراضی زراعی مرتبط دانست [۲]. تولید گندم در سال ۲۰۰۴ به ۱۴ میلیون رسید که این افزایش تولید در نوع خود در سال‌های اخیر بی‌نظیر است. افزایش تولید در سال ۲۰۰۴ پس از یک کاهش در سال‌های ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰ صورت گرفته است. روند افزایش تولید گندم از سال ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۴ به صورت خطی است. روند تغییرات تولید گندم در ایران نشان می‌دهد که ایران همواره از میانگین تولید کم‌تری نسبت به جهان برخوردار بوده است. به نظر می‌رسد دلیل این موضوع را می‌توان با بازده کم کشت‌های دیم در ایران مرتبط دانست. در سال‌های اخیر تخریب مراتع و جنگل‌ها و تبدیل آن‌ها به اراضی دیم در ایران رایج شده است. این در حالی است که بخش عمده‌ای از کشت گندم در کشورهای پیشرفته از لحاظ کشاورزی به کشت‌های آبی اختصاص دارد. برای مثال ۸۰ درصد از اراضی گندم در کشور هندوستان به کشت آبی و تنها ۲۰ درصد به کشت دیم اختصاص دارد. همچنین ۷۵ درصد از کشت گندم در کشور چین به صورت آبی صورت می‌گیرد، اما در ایران تنها ۳۵ درصد از

کشت گندم به صورت آبی است. وضعیت گندم در ایران را می‌توان در سه دوره به صورت زیر بررسی کرد ([۱] و [۲]).

#### ۱-۲- دوره‌ی ۱۳۶۸ تا ۱۳۷۴

این دوره مصادف با اجرای طرح محوری گندم در سال ۱۳۶۸ تا ۱۳۶۹ می‌باشد که اقدامات اساسی برای افزایش تولید گندم آغاز شد به طوری که طی سال‌های اجرای این طرح، تولید گندم از ۶ میلیون تن در سال ۱۳۶۸ به ۱۱/۲ میلیون تن در سال ۱۳۷۴ افزایش یافت [۱]. از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در میزان افزایش تولید محصول گندم، می‌توان از بهبود کیفیت گندم و مقاومت آن در برابر بیماری‌ها، توزیع به موقع کودهای شیمیایی، مبارزه با علف‌های هرز و بهبود شرایط آب و هوایی نام برد. تولید گندم طی سال‌های ۱۳۶۸ تا ۱۳۷۴ روند صعودی داشته است و میزان سطح زیر کشت گندم در این دوره تقریباً ثابت بوده و فقط طی سال‌های ۱۳۷۱ تا ۱۳۷۳ مقداری افزایش یافته و به بیش‌ترین مقدار خود در طول این دوره رسیده و در سال ۱۳۷۴ کاهش یافته است [۱]. طی این دوره تولید گندم آبی روندی افزایشی داشته که علت این افزایش تولید، افزایش سطح زیر کشت و عملکرد گندم آبی بوده است. میزان افزایش سطح زیر کشت قابل توجه نبوده و فقط در سال‌های ۱۳۷۰ و ۱۳۷۱ حدود ۴ الی ۵ درصد افزایش یافته و پس از آن ثابت باقی مانده است [۱]. طی این دوره میزان تولید گندم دیم نوسان زیادی داشته ولی به‌طور کلی در سال‌های انتهایی این دوره، تولید دیم افزایش یافته است [۱].

#### ۲-۲- دوره‌ی ۱۳۷۵ تا ۱۳۸۰

در طی این دوره مقدار تولید گندم کاهش یافت. در سال‌های ۱۳۷۵ و ۱۳۷۶ کاهش تولید گندم به دلیل کاهش سطح زیر کشت و عملکرد (بازدهی محصول گندم) بوده است. در سال ۱۳۷۷ علیرغم کاهش سطح زیر کشت، مقدار تولید گندم افزایش یافته است که دلیل این افزایش، افزایش عملکرد بوده است، به طوری که عملکرد در این سال نسبت به سال قبل ۲۱ درصد افزایش یافته است [۱]. طی سال‌های ۱۳۷۸ تا ۱۳۸۰ به دلیل خشکسالی، تولید به میزان قابل توجهی کاهش یافته است. کاهش تولید در این سال‌ها به دو دلیل کاهش سطح زیر کشت و کاهش عملکرد بوده است [۱]. تولید گندم آبی ابتدا

افزایش یافته و در ادامه به دلیل خشکسالی کاهش یافته است. سطح زیر کشت آبی در این سال‌ها در ابتدا ثابت ولی سپس به دلیل خشکسالی کمی کاهش یافته و میزان عملکرد گندم آبی نیز روندی تقریباً ثابت داشته و فقط در سال‌های خشکسالی مقداری کاهش یافته است [۱]. میزان تولید گندم دیم بجز در سال‌های ۱۳۷۸ روندی نزولی داشته است. در طی این دوره سطح زیر کشت گندم دیم کاهش یافته و عملکرد گندم دیم نیز بجز در سال ۱۳۷۷ کاهش یافته است [۱].

### ۳-۲- دوره‌ی ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۲

در این دوره مقدار تولید گندم به میزان قابل توجهی افزایش یافته و سطح زیر کشت نیز پس از سال‌های خشکسالی افزایش یافته است. میزان تولید گندم آبی در این سال‌ها افزایش قابل قبولی داشته است به طوری که بیش‌تر افزایش تولید گندم مربوط به افزایش تولید گندم آبی بوده است [۱]. با توجه به این که تغییر زیادی در سطح زیر کشت گندم آبی صورت نگرفته است، افزایش عملکرد عامل اصلی افزایش تولید بوده است. میزان تولید گندم دیم نیز افزایش قابل توجهی داشته است. سطح زیر کشت و عملکرد گندم دیم طی این دوره افزایش یافته است [۱].

### ۳- مدل دوسطحی و برآورد ماکسیمم در ستمایی پارامترهای آن

بسیاری از جوامع آماری دارای ساختار سلسله مراتبی هستند. به عنوان مثال بهره‌بردارها در استان‌های مختلف دارای ساختار سلسله مراتبی هستند که در آن بهره‌بردارها در استان‌ها آشیانه‌اند. هنگامی که با تعداد کم یا انگشت‌شماری از واحدهای سطح بالاتر (استان)، مواجه هستیم و می‌توان با استفاده از مدل رگرسیون برای هر استان مدل جداگانه‌ای ارائه نمود. اما نتایج حاصل را نمی‌توان برای همه‌ی استان‌ها تعمیم داد. برای تعمیم نتایج به همه‌ی استان‌ها، لازم است این تعداد استان به عنوان نمونه‌ای تصادفی در استان‌ها در نظر گرفت که بهره‌بردارها در این استان‌ها می‌باشند. تجزیه و تحلیل چنین نمونه‌ای با استفاده از مدل رگرسیون معمولی منجر به نتایج نامعتبر می‌شوند. چرا که در این مدل‌ها، ساختار ذاتی داده‌ها و تصادفی بودن واحدهای سطح بالاتر (استان‌ها) منظور نشده است [۵].

آمارشناسان برای مدل‌بندی چنین داده‌هایی نظریه‌ی مدل‌های چندسطحی را ارائه نمودند. در این مدل‌ها ضرایب در هر سطح می‌توانند متغییری تصادفی و تابعی از خصوصیات همان سطح یا سطوح دیگر باشند. به عبارت دیگر در این مدل‌ها بیش از یک عبارت باقیمانده (خطا) در مدل وجود دارد و این امر ضرورت بکارگیری روش‌های مختلف را جهت برآورد کردن پارامترهای مدل ایجاب می‌کند. به منظور آشنایی با تئوری مدل چندسطحی در این جا یک مدل رگرسیون دوسطحی ساده (تنها عرض از مبدأ تصادفی) را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$(۱) \quad y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + b_{0j} + \epsilon_{ij} \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, n_j$$

که در آن  $\beta_0$  و  $\beta_1$  پارامترهای ثابت،  $b_{0j}$  اثر تصادفی گروه  $j$ ام و  $\epsilon_{ij}$  خطای سطح ۱ با میانگین صفر و واریانس‌های  $\sigma_{u_0}^2$  و  $\sigma_e^2$  هستند. مدل بالا شامل دو اثر تصادفی  $\sigma_{u_0}^2$  و  $\sigma_e^2$  است و واریانس متغیر پاسخ برابر مجموع واریانس‌های سطح ۱ و سطح ۲ است؛ یعنی:

$$(۲) \quad \text{Var}(y_{ij}) = \text{Var}(b_{0j} + \epsilon_{ij}) = \sigma_{u_0}^2 + \sigma_e^2$$

همچنین کواریانس و همبستگی بین دو عضو از گروه  $j$ ام به صورت زیر است:

$$\text{Cov}(y_{i_1j}, y_{i_2j}) = \text{Cov}(b_{0j} + \epsilon_{i_1j}, b_{0j} + \epsilon_{i_2j}) = \sigma_{u_0}^2$$

$$(۳) \quad \rho = \text{Corr}(y_{i_1j}, y_{i_2j}) = \frac{\sigma_{u_0}^2}{\sigma_{u_0}^2 + \sigma_e^2}$$

فرم ماتریسی مدل دوسطحی در حالت کلی (هر دو عرض از مبدأ و شیب تصادفی هستند) به صورت زیر است:

$$(۴) \quad \mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{b} + \boldsymbol{\epsilon}$$

که در آن  $\mathbf{b}$  ضرایب تصادفی و  $\boldsymbol{\beta}$  ضرایب ثابت می‌باشند. ماتریس واریانس کواریانس متغیر  $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_J)'$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$(۵) \quad \mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{D}\mathbf{Z}' + \mathbf{R},$$

که در آن  $R$  و  $D$  ماتریس‌های قطری از ماتریس‌های کواریانس واحدهای سطح ۲ ( $R_j$ )، ماتریس کواریانس  $\epsilon$  و  $D$ ، ماتریس کواریانس  $b_j$  هستند. براورد  $\beta$  و پیش بینی  $b$  با استفاده از روش ماکسیمم درستنمایی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \hat{b} &= \mathbf{BZ}'\mathbf{V}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}), \\ \hat{\beta} &= (\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{Y}. \end{aligned} \quad (۶)$$

بهینگی برآوردهای داده شده در رابطه‌ی (۶) ثابت شده است [۹]. به ویژه آن که، به وسیله‌ی تعمیم قضیه‌ی گاوس مارکف نشان داده شد که  $\hat{\beta}$ ، بهترین براوردگر نااریب خطی (BLUE) است [۹]. «بهترین» در اینجا به این معنی است که این براوردگر یا پیش‌گو، میانگین توان دوم خطا را مینیمم می‌کند [۹]. در عمل، ماتریس‌های واریانس کواریانس  $R$  و  $D$  مجهول و توابعی از پارامترهای نامعلومی همچون مؤلفه‌های واریانس هستند. این مؤلفه‌های نامعلوم را با  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)'$  نشان می‌دهیم. برای برآورد مؤلفه‌های واریانس  $\theta$  معمولاً از دو روش ماکسیمم درستنمایی (ML) و ماکسیمم درستنمایی مقید (REML) استفاده می‌شود [۹].

#### ۴- بازه‌ی اطمینان بوت استری و روش‌های بوت استرپ برای مدل‌های دوسطحی

##### ۴-۱- بازه‌ی اطمینان بوت استری

بسیاری از استنباط‌های آماری در مورد پارامترهای مجهول جامعه از جمله تشکیل بازه‌های اطمینان، در واقع توصیف رابطه‌ی بین جامعه و نمونه‌ی مستخرج از این جامعه است. برای ساختن یک بازه‌ی اطمینان متقارن برای  $\theta(F_0) = \theta_0$ ، می‌توان با در نظر گرفتن  $f_t$  به صورت زیر از روش بوت استرپ استفاده کرد:

$$(۷) \quad f_t(F_0, F_1) = I\{\theta(F_1) - t \leq \theta(F_0) \leq \theta(F_1) + t\} - (1 - \alpha),$$

که در آن  $F_0$  تابع توزیع جامعه و  $F_1$  تابع توزیع نمونه است. به عنوان مثال، بازه‌ی اطمینان متقارن در سطح  $(1-\alpha) \cdot 100\%$  درصد برای پارامتر  $\theta$  را در نظر می‌گیریم. در این صورت معادله‌ی نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$(۸) \quad P\{\theta(F_1) - t \leq \theta(F_1) \leq \theta(F_1) + t | F_1\} - (1 - \alpha) = 0$$

که در آن  $F_1$  تابع توزیع نمونه‌ی بدست آمده از  $F_1$ ، به شرط  $F_1$  است. برای مثال، با اختیار  $\alpha = 0.05$  می‌توان یک بازه‌ی اطمینان ۹۵ درصد تشکیل داد [۸]. همان‌طور که مشاهده شد رابطه‌ی بالا با جایگزینی جفت  $\{\theta(F_1), \theta(F_1)\}$  به جای  $\{\theta(F_1), \theta(F_0)\}$  در معادله‌ی جامعه که در رابطه‌ی (۷) معرفی شد، بدست آمده است.

اگر  $\hat{\theta}$  جواب جواب معادله‌ی نمونه‌ی (۸) باشد آن‌گاه بازه‌ی اطمینان بوت‌استرپی برای  $\theta_0 = \theta(F_0)$  به صورت  $(\hat{\theta} - \hat{t}_{0.1}, \hat{\theta} + \hat{t}_{0.1})$  است. با توجه به این که  $\hat{t}_{0.1}$  صدک توزیع  $|\theta(F_1) - \theta(F_0)|$  به شرط  $F_1$  است، این فاصله را یک فاصله‌ی صدکی متقارن گویند. یک فاصله‌ی اطمینان صدکی با سطح پوشش اسمی  $(1-\alpha) \cdot 100\%$  درصد، فاصله‌ی دو طرفه با دم‌های برابر  $(\hat{\theta} - \hat{t}_{0.1}, \hat{\theta} + \hat{t}_{0.1})$  است. در این فاصله‌ها  $\hat{t}_{0.1}$  و  $\hat{t}_{0.2}$  به ترتیب از جواب معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$P\{\theta(F_1) \leq \theta(F_1) - t | F_1\} - \frac{\alpha}{2} = 0,$$

$$P\{\theta(F_1) \leq \theta(F_1) + t | F_1\} - (1 - \frac{\alpha}{2}) = 0.$$

چون فاصله‌ی  $(\hat{\theta} - \hat{t}_{0.1}, \hat{\theta} + \hat{t}_{0.1})$ ، احتمال‌های برابر به هر دم نسبت می‌دهد به آن فاصله‌ی اطمینان با دم‌های برابر گویند؛ یعنی

$$P(\theta_0 \leq \hat{\theta} - \hat{t}_{0.1}) \approx p(\theta_0 \geq \hat{\theta} + \hat{t}_{0.1}) \approx \frac{\alpha}{2}.$$



بازه‌های اطمینان‌های بدست آمده،  $\theta_0$  را با احتمال تقریباً  $(1-\alpha)100$  درصد در بر می‌گیرند که به این احتمال، سطح پوشش واقعی گفته می‌شود. از این رو، ممکن است بین سطح پوشش واقعی و سطح پوشش اسمی تفاوت وجود داشته باشد. تفاضل سطح پوشش واقعی از سطح پوشش اسمی را خطای پوشش تعریف می‌کنیم که معمولاً با افزایش اندازه‌ی نمونه به صفر میل می‌کند. به عبارتی دیگر

$$P(\theta_0 \in I) - (1 - \alpha) = \text{خطای پوشش}$$

## ۲-۴- روش‌های بوت‌استرپ برای مدل‌های دوسطحی

### ۲-۴-۱- بوت‌استرپ پارامتری

در اینجا، داده‌هایی از یک ساختار دوسطحی با یک متغیر مستقل که در آن افراد (سطح ۱) درون گروه‌ها (سطح ۲) توزیع شده‌اند، در نظر می‌گیریم، اما به‌طور کلی این روش برای هر تعداد سطح قابل استفاده است. فرض کنیم  $j = 1, \dots, J$  نشان‌دهنده‌ی اندیس گروه‌ها و  $i = 1, \dots, n_j$  نشان‌دهنده‌ی اندیس گروه‌ها در  $j$ امین گروه باشد و متغیر پاسخ مربوط به آن‌ها را با  $y_{ij}$  نشان می‌دهیم. مدل دوسطحی در نظر گرفته شده که در آن هر دو عرض از مبدأ و شیب تصادفی هستند، به‌صورت زیر است:

$$(9) \quad y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + b_{0j} + b_{1j} x_{ij} + \epsilon_{ij} \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, n_j$$

که در آن  $\beta$ ها ضرایب ثابت و  $b$ ها اثرات تصادفی گروه‌ها (سطح ۲) هستند که از یک توزیع نرمال ۲ بعدی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس  $D_{2 \times 2}$  تبعیت می‌کند و  $\epsilon_{ij}$  دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_e^2$  که از  $b$ ها مستقل است. فرض می‌کنیم پارامترهای  $\beta$ ،  $D_{2 \times 2}$  و  $\sigma_e^2$  با روش ماکسیمم درستنمایی کامل یا محدودشده برآورد شوند ([۵] و [۶]). روش بوت‌استرپ پارامتری برای مانده‌ها به‌صورت زیر است:

مرحله ۱:  $\epsilon_{ij}^*$ ها را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\hat{\sigma}_e^2$  تولید می‌کنیم. به علاوه، بردار سطری  $b_j^* = (b_{j1}^*, b_{j2}^*)$  از توزیع نرمال دو متغیره  $(D_{2 \times 2}, \mathbf{0}_{2 \times 1})$  تولید می‌شود.

مرحله ۲: داده‌های بوت‌استرپ  $(y_{ij}^*, x_{ij})$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$y_{ij}^* = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{ij} + b_{0j}^* + b_{1j}^* x_{ij} + \epsilon_{ij}^* \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, n_j$$

مرحله ۳: برآوردهای بوت‌استرپ  $(\{\hat{\beta}_k^*\}_{k=0,1}, \hat{D}^*, \sigma_e^{2*})$  را از بازنمونه‌ها به دست می‌آوریم.

لازم به ذکر است که  $\sigma_e^{2*}$  و  $\hat{D}^*$  به ترتیب مقدار  $\hat{\sigma}_e^2$  و  $\hat{D}$  است که در آن به جای استفاده از نمونه، از داده‌های بازنمونه استفاده شده است.

مرحله ۴: مراحل ۱ تا ۳ را برای بدست آوردن یک مجموعه از برآوردهای بوت‌استرپ پارامترها جهت استنباط، B بار تکرار می‌کنیم.

#### ۲-۲-۴- بوت‌استرپ ناپارامتری

روش بوت‌استرپ ناپارامتری برای یک مدل دوسطحی با یک متغیر مستقل که در آن عرض از مبدأ و شیب تصادفی هستند (مدل رابطه‌ی (۹)) به صورت زیر است:

مرحله ۱: ابتدا برآورد پارامترهای مدل (۹) را با استفاده از روش ماکسیمم درستنمایی کامل یا محدودشده به دست آورده  $([5]$  و  $[6])$  و سپس مانده‌ها در سطح ۱،  $\{\hat{\epsilon}_{ij}^*\}_{i=1,2,\dots,n_j; j=1,2,\dots,J}$  و در سطح ۲،  $\{\hat{b}_j^*\}_{j=1,2,\dots,J}$  محاسبه می‌کنیم. لازم به ذکر است که  $\hat{b}_j^*$ ها بردارهای سطری  $1 \times 2$  هستند.

مرحله ۲: از دو مجموعه‌ای که در مرحله ۱ به دست آمده‌اند به‌طور مستقل و با جایگذاری نمونه‌گیری می‌کنیم و دو مجموعه‌ی جدید  $\{\hat{\epsilon}_{ij}^*\}_{i=1,2,\dots,n_j; j=1,2,\dots,J}$  و  $\{\hat{b}_j^*\}_{j=1,2,\dots,J}$  را بدست می‌آوریم.

مرحله ۳: داده‌های بوت‌استرپ  $(y_{ij}^*, x_{ij})$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$y_{ij}^* = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{ij} + b_{0j}^* + b_{1j}^* x_{ij} + \epsilon_{ij}^* \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, n_j$$

مرحله ۴: برآوردهای بوت‌استرپ  $(\{\hat{\beta}_k^*\}_{k=0,1}, \hat{D}^*, \sigma_e^{2*})$  را بر اساس داده‌های بازنمونه محاسبه می‌کنیم.

مرحله ۵: مراحل ۲ تا ۴ را برای بدست آوردن B مجموعه از برآوردهای بوت‌استرپ پارامترهای مدل تکرار می‌کنیم.

نکته این که در مرحله ۲، از بردارهای سطری  $\{\hat{b}_j\}_{j=1,2,\dots,J}$  و نه عناصر داخل آن به صورت باجایگذاری نمونه می‌گیریم. نمونه‌گیری مستقل از  $\{\hat{b}_j\}$  و  $\{\hat{\epsilon}_{ij}\}$  که به طور جداگانه انجام شود، همبستگی بین براوردهای  $\epsilon$  ها و  $b$  ها را از بین می‌برد. بنا بر این مجموعه‌های  $\{\hat{\epsilon}_{ij}^*\}$  و  $\{\hat{b}_j^*\}$  ناهمبسته و هم‌راستا با مفروضات مدل هستند. ضعف این روش این است که این روش، توزیع‌های بوت‌استری از براورد پارامترها را نتیجه می‌دهد که پراکندگی آن‌ها کم و براوردهای مؤلفه‌های واریانس، دارای آریبی خواهند بود. این مطلب به این دلیل است که ماتریس واریانس کواریانس مانده‌های خام از براورد ماکسیمم درست‌نمایی کامل (یا محدودشده) متفاوت است، زیرا مانده‌های خام بهترین پیشگوه‌های ناریب خطی هستند که به سمت صفر منقبض شده‌اند [۶]. بوت‌استرپ ناپارامتری پراکندگی داده‌ها در نمونه‌های متناهی را کم برآورد می‌کند [۱۰]. یک الگوریتم دیگر برای روش بوت‌استرپ ناپارامتری برای مدل‌های چندسطحی پیشنهاد شد که عملکرد این روش از روش بوت‌استرپ پارامتری بهتر شد [۷]. در این روش مانده‌ها طوری متورم شده‌اند تا ماتریس واریانس کواریانس آن‌ها با برآورد ماکسیمم درست‌نمایی کامل (یا محدودشده) ماتریس کواریانس که از مدل به دست آمده، برابر باشد.

برای سهولت، این روش را با استفاده از مانده‌های سطح ۲ در مدل رابطه‌ی (۹) شرح می‌دهیم، اما با فرآیندی مشابه می‌توان آن را برای مدل‌هایی با بیش از دو سطح و در تمام سطوح انجام داد. نخست مدل را برازش می‌دهیم و سپس مانده‌های سطح ۲ را محاسبه می‌کنیم که برآورد اثرات گروه‌ها (واحدهای سطح ۲)  $\hat{b}_j = (\hat{b}_{j_1}, \hat{b}_{j_2})$  برای  $j = 1, \dots, J$  را به ما می‌دهد. حال این بردارها را به فرم ماتریس  $\hat{U}_{J \times 2}$  می‌نویسیم، سپس ماتریس کواریانس تجربی مانده‌های برآوردشده در سطح ۲ از مدل رابطه‌ی (۹) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S = \frac{\hat{U}\hat{U}'}{J},$$

و بدین ترتیب برآورد ماکسیمم درست‌نمایی کامل (یا محدودشده) متناظر با ماتریس کواریانس مانده‌های سطح ۲ ( $R$ ) را بدست می‌آوریم. در ادامه فرض می‌کنیم که مانده‌های برآوردشده مرکزی شده‌اند و به دنبال یک ترکیب از مانده‌ها به صورت زیر هستیم:

$$\hat{U}^* = \hat{U}A \quad (10)$$

که در آن  $A$  ماتریسی است که مرتبه‌ی آن با تعداد ضرایب تصادفی در سطح ۲ برابر است به قسمی که

$$(11) \quad \frac{\hat{U}^*{}' \hat{U}^*}{J} = \frac{A' \hat{U}' \hat{U} A}{J} = A' S A = R.$$

برای تشکیل ماتریس  $A$  به صورت زیر عمل می‌کنیم. تجزیه‌ی چولسکی ماتریس‌های  $S$  و  $R$  را به ترتیب بر حسب ماتریس‌های پایین مثلثی  $L_S$  و ماتریس پایین مثلثی  $L_R$  نویسیم:

$$(12) \quad S = L_S L_S', \quad R = L_R L_R'.$$

حال داریم

$$(13) \quad \frac{L_R L_S^{-1} \hat{U}' \hat{U} (L_R L_S^{-1})'}{s} = L_R L_S^{-1} S (L_S^{-1})' L_R' = L_R L_R' = R.$$

بنابراین ماتریس پایین مثلثی زیر را به عنوان ماتریس  $A$  انتخاب می‌کنیم:

$$A = (L_R L_S^{-1})'$$

ماتریس  $A$  یکتا نیست زیرا می‌توان یکی از دو تجزیه‌ی چولسکی بالا یا پایین  $S$  و  $R$  را انتخاب کنیم. همچنین وقتی که  $L_S W_S$  را به جای  $L_S$  و  $L_R W_R$  را به جای  $L_R$  جایگذاری می‌کنیم که در آن  $W_S$  و  $W_R$  ماتریس‌های متعامد هستند [۷]. در این مورد ماتریس  $A$  به صورت زیر است:

$$A = (L_R W_R W_S^{-1} L_S^{-1})'$$

برخی انتخاب‌های ماتریس  $A$  ممکن است در نمونه‌های متناهی یک سطح پوشش فاصله اطمینان بهتری برای پارامترهای مورد نظر فراهم کند [۷]. بنا بر این مجموعه‌ی جدید ترکیب مانده‌های سطح ۲ ( $\hat{U}^*$ )، که توسط مدل رابطه‌ی (۱۰) داده شده، یک ماتریس کواریانس برابر با ماتریس کواریانس که از مدل برآورد می‌شود را نتیجه می‌هد. حال پس از بدست آوردن  $\hat{U}^*$ ، بردارهایی از مانده‌ها (مطابق با سطرهایی از  $\hat{U}^*$ ) به صورت با جایگذاری مانند آنچه که در الگوریتم بوت‌استرپ مانده‌ی ناپارامتری تشریح شد، نمونه‌گیری می‌کنیم. این الگوریتم جدید را الگوریتم بوت‌استرپ ناپارامتری تعدیل‌یافته نامند. این الگوریتم همانند الگوریتم روش بوت‌استرپ ناپارامتری است و تنها تفاوت این

الگوریتم با آن، به جای نمونه‌گیری از سطرهاى ماتریس  $\hat{U}$  از سطرهاى ماتریس  $\hat{U}^*$  استفاده می‌کنیم.

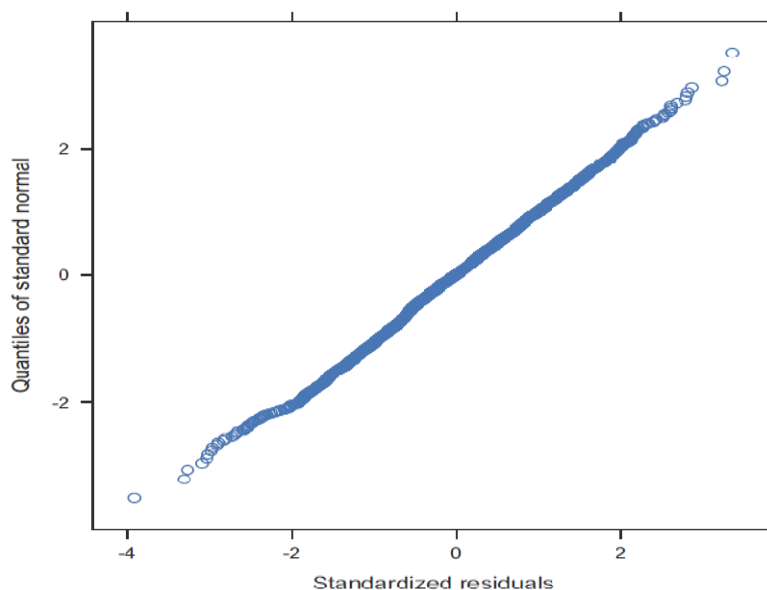
### ۵- تحلیل داده‌های میزان برداشت گندم سال ۱۳۸۷

در این قسمت، داده‌های کشاورزی مربوط به میزان برداشت محصول گندم ایران در سال ۱۳۸۷ را تحلیل می‌کنیم. داده‌ها شامل یک نمونه‌ی تصادفی به حجم ۸ از ۳۱ استان است که شامل استان‌های آذربایجان غربی، کرمانشاه، اصفهان، چهارمحال و بختیاری، یزد، قزوین، قم و خراسان جنوبی می‌باشد و از هر استان یک نمونه‌ی تصادفی از بهره‌بردارها (گندم‌کاران) گرفته شده است. در داده‌های واقعی تعداد بهره‌بردارها در سطح ۱ برابر ۲۲۳۷ و تعداد استان‌ها در سطح ۲ برابر ۸ است. متغیر پاسخ در این مطالعه میزان برداشت گندم ( $y$ ) و متغیرهای توضیحی شامل ۱- نوع محصول (آبی یا دیم) ( $x_1$ )، ۲- سطح زیر کشت ( $x_2$ )، ۳- اجاره بهای زمین ( $x_3$ )، ۴- مقدار بذر ( $x_4$ )، ۵- ارزش مقدار بذر ( $x_5$ )، ۶- مقدار کود فسفاته ( $x_6$ )، ۷- مقدار کود ازته ( $x_7$ )، ۸- مقدار کود پتاسه ( $x_8$ )، ۹- تعداد دفعات آبیاری ( $x_9$ )، ۱۰- مقدار سم علف‌کش ( $x_{10}$ )، ۱۱- مقدار سم حشره‌کش ( $x_{11}$ )، ۱۲- مقدار سم قارچ‌کش ( $x_{12}$ )، ۱۳- متوسط کارگر در روز ( $x_{13}$ )، ۱۴- هزینه‌ی ماشین‌آلات مربوط به هر بهره‌بردار ( $x_{14}$ ) است و هدف از تحلیل آن‌ها، بررسی تأثیر متغیرهای مختلف بر میزان برداشت گندم است. با استفاده از معیار آکاییک (AIC) مدل برازش‌یافته بر داده‌ها به صورت زیر حاصل شد:

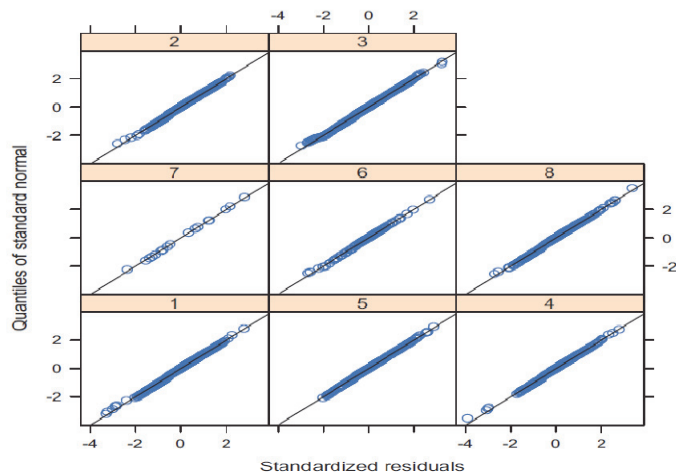
$$\begin{aligned}
 y_{ij} = & \beta_0 + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + \beta_4 x_{4ij} + \beta_5 x_{5ij} + \beta_6 x_{6ij} + \beta_7 x_{7ij} + \\
 & \beta_8 x_{8ij} + \beta_9 x_{9ij} + \beta_{10} x_{10ij} + \beta_{11} x_{11ij} + \beta_{12} x_{12ij} + \beta_{13} x_{13ij} + \\
 & \beta_{14} x_{14ij} + \beta_{15} x_{15ij} + \beta_{16} x_{16ij} + \beta_{17} x_{17ij} + \beta_{18} x_{18ij} + \beta_{19} x_{19ij} + \\
 & \beta_{20} x_{20ij} + \beta_{21} x_{21ij} + \beta_{22} x_{22ij} + \beta_{23} x_{23ij} + b_{0j} + \\
 & b_{1j} x_{9ij} + b_{2j} x_{5ij} + b_{3j} x_{6ij} + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, 8
 \end{aligned}$$

(۱۴)

که در آن  $y_{ij}$  میزان برداشت محصول گندم کشاورز  $i$  ام است. در این مطالعه یک مدل دوسطحی به داده‌ها برازش داده شده است (کشاورزان در سطح ۱ و استان‌ها واحد در سطح ۲ می‌باشند)، زیرا داده‌ها دارای ساختار سلسله مراتبی است و بهره‌بردارها در هر استان از همدیگر مستقل نیستند بلکه برداشت گندم هر کدام تحت تأثیر عوامل مشترکی که مختص هر استان است، قرار دارند. چون استان‌های انتخاب شده، نمونه‌ای تصادفی از تمام استان‌ها می‌باشند بنا بر این اثر این عوامل به صورت تصادفی وارد مدل شده است. در نتیجه، نتایج حاصل از این تحلیل قابل تعمیم به کل استان‌ها است. بکارگیری روش ماکسیمم درستنمایی کامل یا ماکسیمم درستنمایی محدود شده (مقید) برای برآورد پارامترهای مدل (۱۴) به فرض نرمال بودن خطاهای سطح ۱ و سطح ۲ وابسته است. بنا بر این ابتدا فرض نرمال بودن خطاهای هر دو سطح را با استفاده از نمودار  $q - q$  نرمال و آزمون شاپیرو-ویلک به صورت زیر بررسی می‌کنیم.

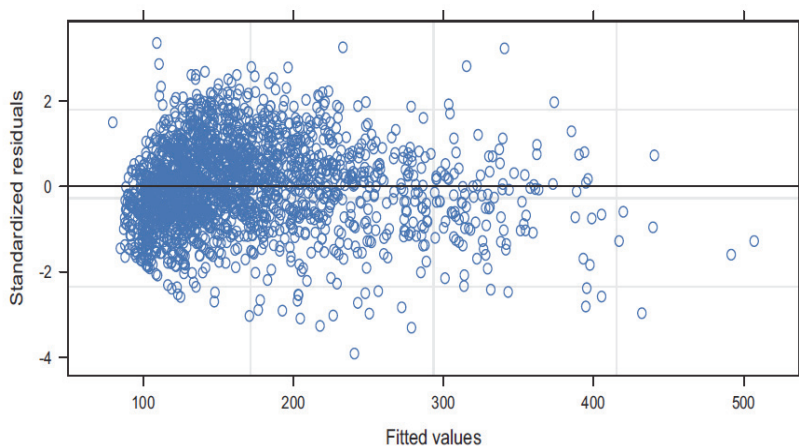


شکل ۱- نمودار  $q-q$  نرمال باقیمانده‌های استاندارد شده‌ی سطح ۱

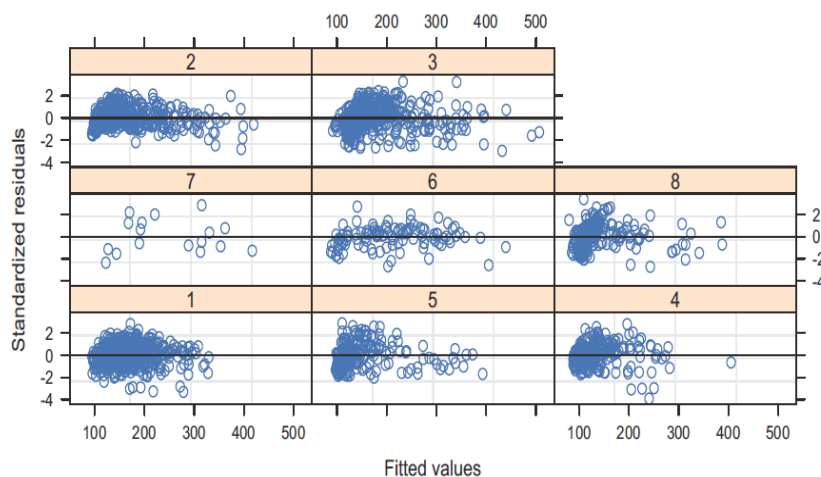


شکل ۲- نمودار q-q نرمال باقیمانده‌های استانداردشدهی سطح ۲

مقدار آماره‌ی شاپیرو- ویلک برای آزمون نرمال بودن خطاهای سطح ۱ برابر  $0.9986$  و  $p$ -مقدار متناظر با این آزمون  $0.5338$  است. با توجه به نمودار شکل‌های ۱، ۲ و نتیجه‌ی آزمون شاپیرو- ویلک، فرض نرمال بودن خطاهای دو سطح در سطح  $0.01$  به‌طور قوی و در سطح  $0.05$  به‌طور ضعیف پذیرفته می‌شود. برای بررسی هم‌واریانس بودن خطاهای سطح ۱ و سطح ۲، مقدار برازش یافته متغیر پاسخ را در مقابل



شکل ۳- نمودار مقادیر برازش‌یافته در مقابل باقیمانده‌های استانداردشدهی سطح ۱



شکل ۴- نمودار مقادیر برازش یافته در مقابل باقیمانده‌های استاندارد شده‌ی سطح ۲

باقیمانده‌های استاندارد شده رسم می‌کنیم. در این نمودارها هیچ روند خاصی مشاهده نمی‌شود (شکل‌های ۳ و ۴ را ببینید).

نتایج حاصل از روش ماکسیمم درست‌نمایی مقید برای برآورد پارامترهای ثابت و مؤلفه‌های واریانس در جدول‌های ۱ و ۲ آمده است. در این روش همچنین واریانس خطاهای سطح ۱،  $\hat{\sigma}_e^2 = 938$  برآورد شده است.

جدول ۱ و جدول ۲ شامل برآورد پارامترهای ثابت و مؤلفه‌های واریانس با استفاده از روش ماکسیمم درست‌نمایی مقید می‌باشد. در جدول ۱ مقدار برآورد عرض از مبدأ برابر  $84/838$ ، اثر نوع محصول (آبی یا دیم) برابر  $13/791$  و ... بدست آمده است. عواملی که بیش‌ترین تأثیر را روی میزان برداشت گندم دارند به ترتیب نوع محصول (آبی یا دیم)، مقدار سم علف‌کش و سطح زمین کشت می‌باشند. در جدول ۲ برآورد واریانس عرض از مبدأ برابر  $66/43$ ، مقدار کواریانس تعداد دفعات آبیاری و عرض از مبدأ برابر  $-15/38$ ، واریانس تعداد دفعات آبیاری برابر  $23/41$  و ... به دست آمده است. بیش‌ترین واریانس مربوط به عرض از مبدأ می‌باشد که مقدار آن  $66/43$  و بعد از آن مربوط به تعداد دفعات آبیاری است که مقدار آن  $23/41$  است.



جدول ۱- برآورد پارامترهای ثابت به روش ماکسیمم درستنمایی مقید

مقدار $p$ -مقدار	مقدار خطاهای استاندارد	برآورد	
۰	۲,۶۳۷	۸۴,۸۳۸	عرض از مبدأ
۰	۲,۸۶۷	۱۳,۷۹۱	نوع محصول
۰	۰,۵۶۲	۲,۵۸۶	سطح زیر کشت
۰	$۰,۳۵ \times ۱۰^{-۵}$	$۴,۳۷۱ \times ۱۰^{-۵}$	اجاره‌بهای زمین
۰	$۰,۲۰۴ \times ۱۰^{-۴}$	$۱,۸۰۴ \times ۱۰^{-۴}$	ارزش بذر
$۱۰^{-۳}$	۰,۰۰۵	۰,۰۰۵	مقدار کود فسفات
$۷ \times ۱۰^{-۴}$	۰,۰۰۲	۰,۰۰۸	مقدار کود ازته
$۷ \times ۱۰^{-۴}$	۰,۰۱۷	۰,۰۲۷	مقدار کود پتاسه
۰	۰,۶۷۱	۷,۴۲۶	مقدار سم علفکش
۰	۰,۰۶۹	۰,۸۸۴	متوسط تعداد کارگر در روز
۰	۲,۷۹۷	-۱۴,۳۳۱	نوع محصول $\times$ مقدار سم قارچ‌کش
۰	$۰,۰۵ \times ۱۰^{-۵}$	$۴,۹۳۲ \times ۱۰^{-۵}$	نوع محصول $\times$ هزینه ماشین‌آلات
۰	$۰,۵ \times ۱۰^{-۶}$	$-۴,۵۸۰ \times ۱۰^{-۶}$	سطح زیر کشت $\times$ ارزش بذر
۰	$۰,۱ \times ۱۰^{-۸}$	$-۱,۹۹۱ \times ۱۰^{-۸}$	اجاره‌بهای زمین $\times$ مقدار کود فسفات
۰	$۰,۶ \times ۱۰^{-۶}$	$۳,۳۶۹ \times ۱۰^{-۶}$	اجاره‌بهای زمین $\times$ مقدار سم علفکش
$۱۰^{-۴}$	$۱,۳۳ \times ۱۰^{-۵}$	$-۵,۲۳۵ \times ۱۰^{-۵}$	مقدار بذر $\times$ مقدار کود پتاسه
$۲ \times ۱۰^{-۳}$	$۰,۵۱۹ \times ۱۰^{-۳}$	$-۱,۵۹۹ \times ۱۰^{-۳}$	مقدار بذر $\times$ مقدار سم علفکش
۰	$۰,۲۶۴ \times ۱۰^{-۴}$	$-۲,۱۷۷ \times ۱۰^{-۴}$	مقدار بذر $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز
۰	۰,۳۶۴	۲,۳۱۲	تعداد دفعات آبیاری $\times$ مقدار سم قارچ‌کش
۰	۰,۰۰۷	-۰,۰۵۴	تعداد دفعات آبیاری $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز
۰	۰,۰۱۱	-۰,۰۵۳	مقدار سم علفکش $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز
۰	$۰,۶ \times ۱۰^{-۶}$	$۳,۴۹۸ \times ۱۰^{-۶}$	مقدار سم علفکش $\times$ هزینه ماشین‌آلات
$۷ \times ۱۰^{-۳}$	۰,۱۷۸	-۰,۴۸۲	مقدار سم حشره‌کش $\times$ مقدار سم قارچ‌کش
۰	۰,۰۱۷	۰,۰۹۵	مقدار سم قارچ‌کش $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز

جدول ۲- برآورد ماتریس واریانس کواریانس اثرهای تصادفی به روش ماکسیمم درست‌نمایی مقید

ارزش بذر × مقدار کود فسفاته	ارزش بذر	تعداد دفعات آبیاری	عرض از مبدا
عرض از مبدا	۶۶/۴۳		
تعداد دفعات آبیاری	-۱۵/۳۸	۲۳/۴۱	
ارزش بذر	$-۵/۲۴ \times ۱۰^{-۴}$	$-۲/۷۵ \times ۱۰^{-۴}$	$۱/۸۲ \times ۱۰^{-۸}$
ارزش بذر × مقدار کود فسفاته	$۲/۶۲ \times ۱۰^{-۷}$	$۶/۳۲ \times ۱۰^{-۸}$	$-۶/۱۴ \times ۱۰^{-۱۲}$

در ادامه برای داده‌های میزان برداشت گندم با استفاده از سه روش بوت‌استرپ پارامتری، ناپارامتری و ناپارامتری تعدیل‌یافته، برآورد پارامترها و همچنین بازه‌های اطمینان بوت‌استرپ صدکی متقارن با دم‌های برابر به دست آمده‌اند. این نتایج در جدول‌های ۳ تا ۸ آورده شده است.

هم‌چنان که جدول‌های ۳ تا ۸ نشان می‌دهند برآورد پارامترهای ثابت و بازه‌ی اطمینان مرتبط با آن‌ها در سه روش بالا تقریباً یکسان هستند. برای مثال در روش بوت‌استرپ پارامتری، ناپارامتری و ناپارامتری تعدیل‌یافته، برآورد اثر نوع محصول به‌ترتیب ۱۴/۱۸۵، ۱۴/۷۸۸ و ۱۴/۹۹۴ که نزدیک به مقدار برآوردشده از روش ماکسیمم درست‌نمایی مقید (۱۳/۷۹۱) است می‌باشد. بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر متناظر با آن‌ها به‌ترتیب (۷/۷۳۲، ۱۹/۴۱۶)، (۶/۹۱۵، ۱۸/۳۸۲) و (۶/۹۸۴، ۱۸/۶۵۲) و همچنین بازه‌های اطمینان صدکی متقارن متناظر با آن‌ها به‌ترتیب برابر (۶/۹۵۲، ۲۰/۶۲۹) و (۶/۷۱۷، ۲۰/۸۶۵) و (۶/۵۳۹، ۲۱/۰۴۳) است که اندکی بزرگ‌تر از فواصل به دست آمده از روش با دم‌های برابر است. بازه‌ی اطمینان صدکی با دم‌های برابر و متقارن برای مؤلفه‌ی واریانس درون‌گروهی در روش بوت‌استرپ پارامتری به‌ترتیب (۸۸۵/۰۳، ۹۹۱/۱۹) و (۸۷۸/۱، ۹۹۷/۹۳) در روش بوت‌استرپ ناپارامتری به‌ترتیب (۸۸۹/۳۰، ۱۰۱۶/۸۱) و (۸۵۹/۲۲، ۱۰۱۶/۸۱) و در روش بوت‌استرپ ناپارامتری تعدیل‌یافته به‌ترتیب (۸۹۹/۹۲، ۱۰۱۴/۸۲) و (۸۶۱/۸۹، ۱۰۱۴/۱۴) است که نشان می‌دهد بازه‌ی اطمینان برای مؤلفه‌های واریانس درون‌گروهی ( $\sigma_e^2$ ) در روش بوت‌استرپ پارامتری طول کم‌تری نسبت به دو روش دیگر دارد.

جدول ۳- برآورد پارامترهای ثابت، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن، با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۰/۹۵ به روش بوت استرپ پارامتری

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۸۴/۳۰۵	(۷۸/۰۶۰، ۳۲۵/۹۳)	(۰/۷۵/۹۴، ۶۳۹/۷۵)
نوع محصول	۱۴/۱۸۵	(۷/۷۳۲، ۱۹/۴۱۶)	(۶/۹۵۲، ۲۰/۶۲۹)
سطح زیر کشت	۲/۶۲۹	(۱/۴۴۳، ۳/۶۸۶)	(۱/۳۱۷، ۳/۸۵۴)
اجاره بهای زمین	$۴/۴۰۷ \times 10^{-۵}$	$(۳/۵۳۲ \times 10^{-۵}, ۵/۰۸۸ \times 10^{-۵})$	$(۳/۴۹۴ \times 10^{-۵}, ۵/۲۲۱ \times 10^{-۵})$
ارزش بذر	$۱/۸۴۱ \times 10^{-۴}$	$(۱/۱۸۴ \times 10^{-۴}, ۲/۳۷۸ \times 10^{-۴})$	$(۱/۰۸۷ \times 10^{-۴}, ۲/۵۲۲ \times 10^{-۴})$
مقدار کود فسفاتنه	۰/۰۱۴	(۰/۰۰۶، ۰/۰۲۴)	(۰/۰۰۴، ۰/۰۲۵)
مقدار کود ازته	۰/۰۰۸	(۰/۰۰۳، ۰/۰۱۳)	(۰/۰۰۳، ۰/۰۱۴)
مقدار کود پتاسه	۰/۰۴۷	(۰/۰۱۱، ۰/۰۸۲)	(۰/۰۰۵، ۰/۰۸۸)
مقدار سم علف‌کش	۷/۴۵۵	(۶/۰۷۸، ۸/۷۷۲)	(۵/۸۶۲، ۸/۱۲۳)
متوسط تعداد کارگر در روز	۰/۸۷۸	(۰/۷۴۸، ۱/۰۳۱)	(۰/۷۲۴، ۱/۰۴۵)
نوع محصول $\times$ مقدار سم قارچ‌کش	-۱۴/۴۳۶	(-۲۰/۱۴۴، -۸/۷۲۵)	(-۲۰/۶۱۶، -۸/۰۴۶)
نوع محصول $\times$ هزینه ماشین آلات	$۴/۹۲۶ \times 10^{-۵}$	$(۳/۸۵۳ \times 10^{-۵}, ۶/۰۱۰ \times 10^{-۵})$	$(۳/۷۲۱ \times 10^{-۵}, ۶/۱۴۳ \times 10^{-۵})$
سطح زیر کشت $\times$ ارزش بذر	$-۴/۶۸۸ \times 10^{-۶}$	$(-۵/۵۹۹ \times 10^{-۶}, -۳/۳۴۱ \times 10^{-۶})$	$(-۵/۸۸۹ \times 10^{-۶}, -۳/۲۷۰ \times 10^{-۶})$
اجاره بهای زمین $\times$ مقدار کود فسفاتنه	$-۲/۰۲۵ \times 10^{-۸}$	$(-۲/۳۶۲ \times 10^{-۸}, -۱/۵۳۴ \times 10^{-۸})$	$(-۲/۴۷۵ \times 10^{-۸}, -۱/۵۰۷ \times 10^{-۸})$
اجاره بهای زمین $\times$ مقدار سم علف‌کش	$-۳/۳۶۹ \times 10^{-۶}$	$(-۴/۷۰۸ \times 10^{-۶}, -۲/۱۱۱ \times 10^{-۶})$	$(-۴/۸۲۸ \times 10^{-۶}, -۱/۹۱۰ \times 10^{-۶})$
مقدار بذر $\times$ مقدار کود پتاسه	$-۵/۲۱۹ \times 10^{-۵}$	$(-۸/۱۲۰ \times 10^{-۵}, -۲/۴۰۱ \times 10^{-۵})$	$(-۸/۴۸۳ \times 10^{-۵}, -۱/۹۸۶ \times 10^{-۵})$
مقدار بذر $\times$ مقدار سم علف‌کش	$-۱/۶۰۵ \times 10^{-۳}$	$(-۲/۵۹۹ \times 10^{-۳}, -۰/۵۳۶ \times 10^{-۳})$	$(-۲/۷۳۷ \times 10^{-۳}, -۰/۴۶۰ \times 10^{-۳})$
مقدار بذر $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	$-۲/۱۶۶ \times 10^{-۴}$	$(-۲/۷۱۷ \times 10^{-۴}, -۱/۶۷۵ \times 10^{-۴})$	$(-۲/۷۳۸ \times 10^{-۴}, -۱/۶۱۵ \times 10^{-۴})$
تعداد دفعات آبیاری $\times$ مقدار سم قارچ‌کش	۲/۳۱۶	(۱/۵۸۰، ۳/۰۳۶)	(۱/۵۱۳، ۳/۱۱۰)
تعداد دفعات آبیاری $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	-۰/۰۵۳	(-۰/۰۶۸، -۰/۰۴۰)	(-۰/۰۷۱، -۰/۰۳۷)
مقدار سم علف‌کش $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	-۰/۰۵۴	(-۰/۰۷۳، -۰/۰۳۱)	(-۰/۰۷۷، -۰/۰۲۹)

$(1/998 \times 10^{-6}, 4/997 \times 10^{-6})$	$(2/343 \times 10^{-6}, 4/848 \times 10^{-6})$	$3/512 \times 10^{-6}$	مقدار سم علف کش $\times$ هزینه‌ی ماشین آلات
$(-0/870, -0/095)$	$(-0/823, -0/138)$	$-0/483$	مقدار سم حشره‌کش $\times$ مقدار سم قارچ‌کش
$(0/056, 0/135)$	$(0/059, 0/139)$	$0/096$	مقدار سم قارچ‌کش $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز

جدول ۴- برآورد مؤلفه‌های واریانس بین گروهی و درون گروهی، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن، با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۹۵٪ به روش بوت استرپ پارامتری

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۸۶/۱۴	$(1230/71)$	$(2340/85)$
تعداد دفعات آبیاری	۳۷/۵۴	$(420/82)$	$(800/87)$
ارزش بذر	$1/91 \times 10^{-8}$	$(0,3/19 \times 10^{-8})$	$(0,4/12 \times 10^{-8})$
ارزش بذر $\times$ مقدار کود فسفات	$2/21 \times 10^{-15}$	$(0,4/07 \times 10^{-15})$	$(0,5/19 \times 10^{-15})$
عرض از مبدأ و تعداد دفعات آبیاری	$-37/25$	$(-49/46, 66/04)$	$(-96/91, 66/15)$
عرض از مبدأ و ارزش بذر	$-4/34 \times 10^{-4}$	$(-17/19 \times 10^{-4}, 7/11 \times 10^{-4})$	$(-19/87 \times 10^{-4}, 9/38 \times 10^{-4})$
عرض از مبدأ و (ارزش بذر $\times$ مقدار کود فسفات)	$2/40 \times 10^{-7}$	$(-1/84 \times 10^{-7}, 6/41 \times 10^{-7})$	$(-2/34 \times 10^{-7}, 7/57 \times 10^{-7})$
تعداد دفعات آبیاری و ارزش بذر	$-3/65 \times 10^{-4}$	$(-7/74 \times 10^{-4}, 6/50 \times 10^{-4})$	$(-11/99 \times 10^{-4}, 6/50 \times 10^{-4})$
تعداد دفعات آبیاری و (ارزش بذر $\times$ مقدار کود فسفات)	$7/03 \times 10^{-8}$	$(-18/79 \times 10^{-8}, 26/61 \times 10^{-8})$	$(-20/84 \times 10^{-8}, 33/47 \times 10^{-8})$
ارزش بذر و (ارزش بذر $\times$ مقدار کود فسفات)	$-6/06 \times 10^{-12}$	$(-11/23 \times 10^{-12}, 1/93 \times 10^{-12})$	$(-14/11 \times 10^{-12}, 1/83 \times 10^{-12})$
خطاهای درون گروهی	۹۳۹/۱۱	$(885/03, 991/19)$	$(878/10, 997/93)$

جدول ۵- برآورد پارامترهای ثابت، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن، با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۰/۹۵ به روش بوت استرپ ناپارامتری

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۸۳/۶۶۷	(۷۷/۹۴,۳۷۷/۲۷۵)	(۷۴/۹۴,۸۱۲/۸۶۵)
نوع محصول	۱۴/۷۸۸	(۶/۹۱۵,۱۸/۳۸۲)	(۶/۷۱۷,۲۰/۸۶۵)
سطح زیر کشت	۲/۶۴۳	(۱/۴۳۹,۳/۶۹۴)	(۱/۳۱۶,۳/۸۵۶)
اجاره بهای زمین	$۴/۳۹۶ \times 10^{-۵}$	$(۳/۶۱۵ \times 10^{-۵}, ۵/۰۲۳ \times 10^{-۵})$	$(۳/۴۸۴ \times 10^{-۵}, ۵/۲۲۸ \times 10^{-۵})$
ارزش بذر	$۱/۸۴۴ \times 10^{-۴}$	$(۱/۰۸۷ \times 10^{-۴}, ۲/۳۶۴ \times 10^{-۴})$	$(۱/۰۴۷ \times 10^{-۴}, ۲/۵۶۲ \times 10^{-۴})$
مقدار کود فسفات	۰/۰۱۴	(۰/۰۰۶, ۰/۰۲۴)	(۰/۰۰۵, ۰/۰۲۵)
مقدار کود ازته	۰/۰۰۸	(۰/۰۰۴, ۰/۰۱۳)	(۰/۰۰۳, ۰/۰۱۴)
مقدار کود پتاسه	۰/۰۴۹	(۰/۰۱۱, ۰/۰۷۹)	(۰/۰۰۷, ۰/۰۸۷)
مقدار سم علف‌کش	۷/۴۵۲	(۶/۱۹۹, ۸/۶۸۶)	(۵/۹۰۵, ۸/۷۱۱)
متوسط تعداد کارگر در روز	۰/۸۷۴	(۰/۷۵۴, ۱/۰۳۰)	(۰/۷۲۷, ۱/۰۴۲)
نوع محصول $\times$ مقدار سم قارچ‌کش	-۱۴/۳۸۱	(-۱۹/۶۹۵, -۸/۳۹۴)	(-۲۰/۳۷۶, -۸/۳۷۸)
نوع محصول $\times$ هزینه ماشین آلات	$۴/۹۳۳ \times 10^{-۵}$	$(۳/۸۷۷ \times 10^{-۵}, ۶/۰۰۷ \times 10^{-۵})$	$(۳/۷۵۱ \times 10^{-۵}, ۶/۱۱۲ \times 10^{-۵})$
سطح زیر کشت $\times$ ارزش بذر	$-۴/۶۹۶ \times 10^{-۶}$	$(-۵/۵۶۲ \times 10^{-۶}, -۳/۳۸۴ \times 10^{-۶})$	$(-۵/۸۲۴ \times 10^{-۶}, -۳/۳۳۵ \times 10^{-۶})$
اجاره بهای زمین $\times$ مقدار کود فسفات	$-۲/۰۲۷ \times 10^{-۸}$	$(-۲/۳۲۹ \times 10^{-۸}, -۱/۵۷۷ \times 10^{-۸})$	$(-۲/۴۳۲ \times 10^{-۸}, -۱/۵۴۹ \times 10^{-۸})$
اجاره بهای زمین $\times$ مقدار سم علف‌کش	$-۳/۳۴۰ \times 10^{-۶}$	$(-۴/۷۱۵ \times 10^{-۶}, -۲/۰۷۹ \times 10^{-۶})$	$(-۴/۸۴۷ \times 10^{-۶}, -۱/۸۹۱ \times 10^{-۶})$
مقدار بذر $\times$ مقدار کود پتاسه	$-۵/۳۵۷ \times 10^{-۵}$	$(-۷/۷۲۲ \times 10^{-۵}, -۲/۳۸۴ \times 10^{-۵})$	$(-۸/۱۵۹ \times 10^{-۵}, -۲/۳۱۱ \times 10^{-۵})$
مقدار بذر $\times$ مقدار سم علف‌کش	$-۱/۶۳۹ \times 10^{-۳}$	$(-۲/۶۳۸ \times 10^{-۳}, -۰/۵۳۴ \times 10^{-۳})$	$(-۲/۷۸۹ \times 10^{-۳}, -۰/۴۰۸ \times 10^{-۳})$
مقدار بذر $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	$-۲/۲۰۷ \times 10^{-۴}$	$(-۲/۶۷۹ \times 10^{-۴}, -۱/۶۲۷ \times 10^{-۴})$	$(-۲/۷۸۳ \times 10^{-۴}, -۱/۵۷۰ \times 10^{-۴})$
تعداد دفعات آبیاری $\times$ مقدار سم قارچ‌کش	۲/۳۰۳	(۱/۶۳۶, ۳/۰۴۲)	(۱/۵۱۱, ۳/۱۱۲)
تعداد دفعات آبیاری $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	-۰/۰۵۲	(-۰/۰۷۱, -۰/۰۴۰)	(-۰/۰۷۲, -۰/۰۲۹)
مقدار سم علف‌کش $\times$ متوسط تعداد کارگر در روز	-۰/۰۵۴	(-۰/۰۷۲, -۰/۰۳۲)	(-۰/۰۷۷, -۰/۰۲۹)

$(2/025 \times 10^{-6}, 4/971 \times 10^{-6})$	$(2/151 \times 10^{-6}, 4/652 \times 10^{-6})$	$3/558 \times 10^{-6}$	مقدار سم علف‌کش × هزینه‌ی ماشین‌آلات
$(-0/189, -0/065)$	$(-0/184, -0/138)$	$-0/476$	مقدار سم حشره‌کش × مقدار سم قارچ‌کش
$(0/061, 0/130)$	$(0/062, 0/125)$	$0/097$	مقدار سم قارچ‌کش × متوسط تعداد کارگر در روز

جدول ۶- برآورد مؤلفه‌های واریانس بین گروهی و درون گروهی، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۹۵٪ به روش بوت استرپ ناپارامتری

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۷۶/۵۷	(۱۲۶,۰/۳۶)	(۲۰۹,۰/۸۲)
تعداد دفعات آبیاری	۲۱/۸۵	(۶/۴۱,۰۵/۳۳)	(۳/۴۲,۹۹/۸۲)
ارزش بذر	$1/76 \times 10^{-8}$	$(0,3/51 \times 10^{-8})$	$(0,4/14 \times 10^{-8})$
ارزش بذر × مقدار کود فسفات	$2/03 \times 10^{-15}$	$(0,4/31 \times 10^{-15})$	$(0,5/29 \times 10^{-15})$
عرض از مبدأ و تعداد دفعات آبیاری	-۱۰/۹۷	(-۶۰/۴۰,۳۷/۶۰)	(-۷۲/۱۰,۴۱/۳۳)
عرض از مبدأ و ارزش بذر	$-4/07 \times 10^{-4}$	$(-18/02 \times 10^{-4}, 7/36 \times 10^{-4})$	$(-20/21 \times 10^{-4}, 9/73 \times 10^{-4})$
عرض از مبدأ و (ارزش بذر × مقدار کود فسفات)	$1/99 \times 10^{-7}$	$(-1/70 \times 10^{-7}, 7/02 \times 10^{-7})$	$(-2/58 \times 10^{-7}, 7/81 \times 10^{-7})$
تعداد دفعات آبیاری و ارزش بذر	$-3/00 \times 10^{-4}$	$(-6/11 \times 10^{-4}, 1/99 \times 10^{-4})$	$(-7/41 \times 10^{-4}, 1/92 \times 10^{-4})$
تعداد دفعات آبیاری و (ارزش بذر × مقدار کود فسفات)	$7/40 \times 10^{-8}$	$(-5/69 \times 10^{-8}, 16/10 \times 10^{-8})$	$(-6/18 \times 10^{-8}, 18/82 \times 10^{-8})$
ارزش بذر و (ارزش بذر × مقدار کود فسفات)	$-5/65 \times 10^{-12}$	$(-11/89 \times 10^{-12}, 2/09 \times 10^{-12})$	$(-14/31 \times 10^{-12}, 2/04 \times 10^{-12})$
خطاهای درون گروهی	۹۱۸/۰۶	(۸۹۹/۳۰,۱۰۱۶/۸۱)	(۸۵۹/۲۲,۱۰۱۶/۸۱)

جدول ۷- برآورد پارامترهای ثابت، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۰/۹۵ به روش بوت استرپ ناپارامتری تعدیل‌یافته

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۸۳/۷۹۵	(۷۵/۹۳۶۳۸/۹۳۹)	(۷۴/۹۴۶۷۹/۹۹۷)
نوع محصول	۱۴/۹۹۴	(۶/۹۸۴,۱۸/۶۵۲)	(۶/۵۳۹,۲۱/۰۴۳)
سطح زیر کشت	۲/۶۶۸	(۱/۳۸۸,۳/۵۹۰)	(۱/۲۷۶,۳/۸۹۵)
اجاره بهای زمین	$۴/۴۰۱ \times 10^{-۵}$	( $۳/۵۸۹ \times 10^{-۵}$ , $۵/۰۰۲ \times 10^{-۵}$ )	( $۳/۵۱۹ \times 10^{-۵}$ , $۵/۱۹۵ \times 10^{-۵}$ )
ارزش بذر	$۱/۷۹۹ \times 10^{-۴}$	( $۱/۰۴۶ \times 10^{-۴}$ , $۲/۳۸۰ \times 10^{-۴}$ )	( $۰/۹۸۳ \times 10^{-۴}$ , $۲/۶۲۵ \times 10^{-۴}$ )
مقدار کود فسفات	-/۰۱۵	(-/۰۰۶, -/۰۲۴)	(-/۰۰۴, -/۰۲۵)
مقدار کود ازته	-/۰۰۸	(-/۰۰۳, -/۰۱۳)	(-/۰۰۳, -/۰۱۴)
مقدار کود پتاسه	-/۰۴۸	(-/۰۱۱, -/۰۸۰)	(-/۰۰۸, -/۰۸۶)
مقدار سم علف‌کش	۷/۴۳۷	(۶/۱۲۲, ۷/۷۳۹)	(۵/۹۴۱, ۷/۷۵۱)
متوسط تعداد کارگر در روز	-/۸۷۶	(-/۷۵۶, -/۰۳۳)	(-/۷۲۶, -/۰۴۳)
نوع محصول: مقدار سم قارچ‌کش	-۱۴/۳۸۳	(-۱۹/۸۰۴, -۸/۷۹۱)	(-۲۰/۶۵۱, -۸/۰۱۱)
نوع محصول × هزینه ماشین آلات	$۴/۹۲۸ \times 10^{-۵}$	( $۳/۸۷۶ \times 10^{-۵}$ , $۵/۹۲۵ \times 10^{-۵}$ )	( $۳/۷۴۳ \times 10^{-۵}$ , $۶/۱۲۰ \times 10^{-۵}$ )
سطح زیر کشت × ارزش بذر	$-۴/۶۹۱ \times 10^{-۶}$	( $-۵/۵۱۸ \times 10^{-۶}$ , $-۳/۳۶۱ \times 10^{-۶}$ )	( $-۵/۸۵۵ \times 10^{-۶}$ , $-۳/۳۰۳ \times 10^{-۶}$ )
اجاره بهای زمین × مقدار کود فسفات	$-۲/۰۲۹ \times 10^{-۸}$	( $-۲/۳۱۶ \times 10^{-۸}$ , $-۱/۶۰۲ \times 10^{-۸}$ )	( $-۲/۳۹۵ \times 10^{-۸}$ , $-۱/۵۸۷ \times 10^{-۸}$ )
اجاره بهای زمین × مقدار سم علف‌کش	$-۳/۳۷۳ \times 10^{-۶}$	( $-۴/۶۷۳ \times 10^{-۶}$ , $-۲/۰۹۴ \times 10^{-۶}$ )	( $-۴/۸۴۱ \times 10^{-۶}$ , $-۱/۸۹۷ \times 10^{-۶}$ )
مقدار بذر × مقدار کود پتاسه	$-۵/۳۴۲ \times 10^{-۵}$	( $-۸/۰۱۶ \times 10^{-۵}$ , $-۲/۵۲۷ \times 10^{-۵}$ )	( $-۸/۲۹۷ \times 10^{-۵}$ , $-۲/۱۷۲ \times 10^{-۵}$ )
مقدار بذر × مقدار سم علف‌کش	$-۱/۶۱۵ \times 10^{-۳}$	( $-۲/۶۰۹ \times 10^{-۳}$ , $-۰/۵۱۶ \times 10^{-۳}$ )	( $-۲/۷۸۵ \times 10^{-۳}$ , $-۰/۴۱۲ \times 10^{-۳}$ )
مقدار بذر × متوسط تعداد کارگر در روز	$-۲/۱۹۵ \times 10^{-۴}$	( $-۲/۶۴۱ \times 10^{-۴}$ , $-۱/۶۲۰ \times 10^{-۴}$ )	( $-۲/۷۶۰ \times 10^{-۴}$ , $-۱/۵۹۴ \times 10^{-۴}$ )
تعداد دفعات آبیاری × مقدار سم قارچ‌کش	۲/۳۰۳	(۱/۵۹۵, ۳/۰۷۷)	(۱/۴۶۹, ۳/۱۵۳)
تعداد دفعات آبیاری × متوسط تعداد کارگر در روز	-/۰۵۲	(-/۰۷۱, -/۰۴۰)	(-/۰۷۲, -/۰۳۶)
مقدار سم علف‌کش × متوسط تعداد کارگر در روز	-/۰۵۴	(-/۰۷۳, -/۰۳۱)	(-/۰۷۷, -/۰۲۹)

$(2/0.20 \times 10^{-6}, 4/975 \times 10^{-6})$	$(2/147 \times 10^{-6}, 4/751 \times 10^{-6})$	$3/552 \times 10^{-6}$	مقدار سم علف‌کش × هزینه‌ی ماشین‌آلات
$(-0/883, -0/082)$	$(-0/833, -0/164)$	$-0/474$	مقدار سم حشره‌کش × مقدار سم قارچ‌کش
$(0/055, 0/136)$	$(0/058, 0/129)$	$0/096$	مقدار سم قارچ‌کش × متوسط تعداد کارگر در روز

جدول ۸- برآورد مؤلفه‌های واریانس بین گروهی و درون گروهی، بازه‌های اطمینان صدکی متقارن، با دم‌های برابر در سطح اطمینان ۹۵٪ به روش بوت استرپ ناپارامتری تعدیل‌یافته

پارامتر	برآورد	بازه‌های اطمینان صدکی با دم‌های برابر	بازه‌های اطمینان صدکی متقارن
عرض از مبدأ	۷۷/۵۴	(۱۲۶,۰/۰۸)	(۲۳۴,۰/۶۱)
تعداد دفعات آبیاری	۲۲/۴۰	(۳/۴۱, ۱۰/۶۷)	(۱/۴۵, ۴۶/۳۶)
ارزش بذر	$1/88 \times 10^{-8}$	$(0, 3/54 \times 10^{-8})$	$(0, 4/41 \times 10^{-8})$
ارزش بذر × مقدار کود فسفاته	$2/19 \times 10^{-15}$	$(0, 4/22 \times 10^{-15})$	$(0, 5/85 \times 10^{-15})$
عرض از مبدأ و تعداد دفعات آبیاری	-۱۳/۳۷	(-۵۵/۹۹, ۴۲/۰۵)	(-۷۲/۸۲, ۴۲/۰۵)
عرض از مبدأ و ارزش بذر	$-4/51 \times 10^{-4}$	$(-20/26 \times 10^{-4}, 9/86 \times 10^{-4})$	$(-22/98 \times 10^{-4}, 12/49 \times 10^{-4})$
عرض از مبدأ و (ارزش بذر × مقدار کود فسفاته)	$2/20 \times 10^{-7}$	$(-2/79 \times 10^{-7}, 7/85 \times 10^{-7})$	$(-3/71 \times 10^{-7}, 8/95 \times 10^{-7})$
تعداد دفعات آبیاری و ارزش بذر	$-2/85 \times 10^{-4}$	$(-6/35 \times 10^{-4}, 2/27 \times 10^{-4})$	$(-7/87 \times 10^{-4}, 2/37 \times 10^{-4})$
تعداد دفعات آبیاری و (ارزش بذر × مقدار کود فسفاته)	$7/06 \times 10^{-8}$	$(-5/76 \times 10^{-8}, 16/34 \times 10^{-8})$	$(-6/69 \times 10^{-8}, 19/33 \times 10^{-8})$
ارزش بذر و (ارزش بذر × مقدار کود فسفاته)	$-6/04 \times 10^{-12}$	$(-11/81 \times 10^{-12}, 3/59 \times 10^{-12})$	$(-15/75 \times 10^{-12}, 3/48 \times 10^{-12})$
خطاهای درون گروهی	۹۱۷/۹۲	(۸۹۹/۹۲, ۱۰۱۴/۸۲)	(۸۶۱/۸۹, ۱۰۱۴/۱۴)



## ۶- بحث و نتیجه‌گیری

گندم یکی از منابع غذایی عمده در ایران به شمار می‌شود. به همین دلیل، یکی از دغدغه‌های مسئولان وزارت کشاورزی تا قبل از ۱۳۸۳ خودکفایی در تولید گندم بود و با تلاش این مسئولان در سال ۱۳۸۳ این امر محقق شد و ایران در زمینه‌ی تولید گندم خودکفا شد. ولی متأسفانه این خودکفایی خیلی طول نکشید و در سال‌های بعد با کاهش تولید روبه‌رو شد و مجدداً در سال ۱۳۸۷ به یکی از بزرگ‌ترین واردکننده‌های جهان تبدیل شد (اتاق بازرگانی ایران). به همین دلیل علاقه‌مند به بررسی اثر عوامل مختلف بر میزان برداشت گندم در سال ۱۳۸۷ شدیم. از طرفی هم استفاده از روش‌های تحلیل همچون رگرسیون معمولی می‌تواند منجر به خطای برآورد و نتیجه‌گیری‌های نادرست از داده‌ها شود. بنا بر این به دنبال روش تحلیلی بودیم که نتایج درستی از داده‌ها به ما بدهد. بنا بر این از روش تحلیل آماری رگرسیون چندسطحی برای تحلیل داده‌ها استفاده کردیم. نخست از استان‌ها یک نمونه‌ی تصادفی (۸ استان) انتخاب کردیم. سپس از هر استان انتخاب‌شده در نمونه یک نمونه‌ی تصادفی از بهره‌بردارها انتخاب کردیم. بنا بر این در این پژوهش از روش تحلیل رگرسیون چندسطحی برای بررسی تأثیر عوامل مختلف بر میزان برداشت گندم استفاده شد. یکی از مزیت‌های این روش نسبت به روش‌های دیگر همچون رگرسیون معمولی این است که ما فقط از اطلاعات ۸ استان استفاده کرده‌ایم و نتایج حاصل را به کل استان‌ها تعمیم داده‌ایم. از طرفی این روش از نظر هزینه نیز مقرون به صرفه است. در این پژوهش، نخست با تبدیل روی داده‌ها، داده‌ها دارای توزیع نرمال شدند. فرض نرمال بودن خطاهای سطح ۱ و سطح ۲ در سطح معنی داری ۵ درصد پذیرفته شد. در مرحله‌ی بعد، با استفاده از روش ماکسیمم درست‌نمایی مقید، پارامترهای ثابت و مؤلفه‌های واریانس را برآورد کردیم که نتایج آن در جدول‌های ۱ و ۲ آمده است. در نهایت، با استفاده از سه روش بوت‌استرپ پارامتری، ناپارامتری و ناپارامتری تعدیل‌یافته، برآورد پارامترها و همچنین بازه‌های اطمینان بوت‌استرپی صدکی متقارن و با دم‌های برابر به دست آمدند. در هر چهار روش نام‌برده، عواملی که بیش‌ترین تأثیر را روی میزان برداشت گندم داشتند به ترتیب عبارت بودند از نوع محصول (آبی یا دیم)، مقدار سم علف‌کش و سطح زمین کشت.

## مرجع‌ها

- [۱] دفتر آمار و فناوری اطلاعات وزارت کشاورزی (۱۳۸۳). آمار نامه‌ی کشاورزی محصولات زراعی. انتشارات وزارت کشاورزی، تهران.
- [۲] نورمحمدی، ق.، سیادت، ع. و کاشانی، ع. (۱۳۷۶). زراعت غلات. انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز.
- [3] FAO. (2005). *Fertilizer Use by Crop*. Food and Agricultural organization of the United Nations, Rome.
- [4] FAO. (2006). *Fertilizer Use by Crop*. Food and Agricultural organization of the United Nations, Rome.
- [5] Goldstein, H.I. (1987). *Multilevel Models in Educational and Social Research*. Griffen, London.
- [6] Goldstein, H.I. (1989). Restricted unbiased iterative generalized least square estimation, *Biometrika*, **76**, 622-623.
- [7] Goldstein, H.I., Carpenter, J.R., and Rasbash, J. (2003). A novel procedure assessing the relationship between class size and achievement, *Appl. Statist.*, **52**, 431-443.
- [8] Hall, P. (1992). *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*. Springer, New York.
- [9] Harville, D.A. (1976). Extensions of the Gauss-Markov theorem to include the estimation of the random effects, *Annals of Statistics*, **4**, 384-395.
- [10] Morris, J.S. (2002). The BLUPs are not the best when it comes to bootstrapping, *Statistics and Probability Letters*, **56**, 425-430.
- [11] Robinson, G.K. (1991). That BLUP is a good thing: the estimation of random effects, *Statistical Sciences.*, **6**, 15-51.
- [12] Satorre, E.H. (1999). *Plant density and distribution as modifiers of growth and yield*. p. 141-159. In: Wheat Ecology and Physiology of Yield Determination. Satorre, E. H. and G. A. Slafer (eds.). Food Products Press, New York.

انور قیطولی

فوق لیسانس آمار

تهران، خیابان دکتر فاطمی، نیش خیابان رهی معیری، مرکز آمار ایران.

رایانشانی: a.ghaitoly@gmail.com

سید محمدابراهیم حسینی نسب

دکتری آمار

تهران، اوین، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم ریاضی، گروه آمار.

رایانشانی: m\_hosseinasab@sbu.ac.ir