مجله‌ی بررسی‌های آمار رسمی ایران
سال۲۵، شماره‌ی ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۳، صص ۴۷-۶۸

کاربردی از براورد خطای کل آمارگیری در یک آمارگیری کوچک‌مقیاس

حمیدرضا نواب‌پور*، طیبه چگینی و اکرم صفرنژاد بروجنی

دانشگاه علامه طباطبایی

چکیده: آمارگیری فعالیتی هدفمند است که طی آن اطلاعاتی از نمونه‌ای و یا از تمام واحدهای یک جامعه گرداوری می‌شود. در آمارگیری‌های نمونه‌ای، خطاها توزیع نمونه‌گیری براوردگرها را تحت تأثیر قرار می‌دهند. این خطاها می‌توانند براورد را به یک سو سوق داده و یا پراکندگی آن را متورم کند. این خطاها عبارت‌اند از: خطاهای نمونه‌گیری و غیر نمونه‌گیری. خطای غیر نمونه‌گیری شامل خطاهای مشخص‌سازی، پوشش، اندازه‌گیری، بی‌پاسخی و پردازش هستند. خطاهای نمونه‌گیری و غیر نمونه‌گیری خطای کل آمارگیری (TSE) را تشکیل می‌دهند. اگر براوردی از TSE در دست باشد، می‌توان به مقایسه‌ی آمارگیری‌های مختلف که با استفاده از روش‌ها یا طرح‌های آمارگیری متفاوت اجرا شده‌اند پرداخت. در یک آمارگیری نیز می‌توان با استفاده از TSE طرح‌های نمونه‌گیری مختلف را با هم مقایسه کرد. یکی از راه‌های کمی‌کردن TSE میانگین توان دوم خطای براوردگر (MSE) است. برای براورد MSE، در صورت وجود اندازه‌ی استاندارد طلایی برای تمام واحدهای آماری، می‌توان از روش تقریبی استفاده کرد. روش مرجح، تجزیه‌ی خطای کل آمارگیری به منبع‌های خطاهای آمارگیری و براورد این مؤلفه‌ها و در نهایت براورد اریبی کل و مؤلفه‌های واریانس است. براورد MSE از مجموع توان دوم اریبی کل و واریانس‌ها حاصل می‌شود. در این مقاله، از داده‌های یک آمارگیری کوچک‌مقیاس که در یکی از دانشکده‌های دانشگاهی در تهران انجام شد، برای براورد TSE استفاده شده است.

واژگان کلیدی: خطای کل آمارگیری؛ خطای نمونه‌گیری؛ خطای غیر نمونه‌گیری؛ اندازه‌ی استاندارد طلایی؛ بدرده‌بندی.

---

* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات

دریافت: ۱۳۹۳/۶/۱، پذیرش: ۱۳۹۴/۴/۲۵.

۱- مقدمه

آمارگیری‌ها در معرض دو نوع خطای نمونه‌گیری و خطای غیر نمونه‌گیری هستند. خطای نمونه‌گیری به‌دلیل مطالعه‌ی نمونه‌ای از جامعه به جای کل جامعه رخ می‌دهد و خطاهای غیر نمونه‌گیری، تمام خطاهایی هستند که با خطای نمونه‌گیری بی‌ارتباط‌اند. خطای اخیر شامل خطاهای زیر است:

خطای مشخص‌سازی (اختلاف میان هدف پرسش با هدف مد نظر طراح پرسش)، خطای اندازه‌گیری (اختلاف میان اندازه‌ی مشاهده‌شده و اندازه‌ی واقعی خصیصه‌ی مورد اندازه‌گیری)، خطای پوشش (اختلاف بین جامعه‌ی هدف و چارچوب نمونه‌گیری)، خطای بی‌پاسخی (بازتاب تلاشی ناموفق در به‌دست آوردن اطلاعات مورد نظر از یک واحد واجد شرایط) و خطای پردازش (ناشی از تفاوت بین اندازه‌ی مورد استفاده در براورد و اندازه‌ای که از پاسخ‌گو به‌دست می‌آید). خطای کل آمارگیری (TSE) هر دوی این خطاها را با هم در نظر می‌گیرد، یعنی TSE ناظر بر تمامی خطاها از مرحله‌ی طراحی، گرداوری و پردازش تا تحلیل و انتشار داده‌ها است.

طراحی آمارگیری بهین، فرایند مینیمم کردن TSE با در نظر گرفتن قیدهای هزینه‌ای، برنامه‌ی زمانی و دیگر قیدهایی است که طرح آمارگیری تعیین می‌کند. در فرایند بهبود کیفیت، باید به ارزیابی کیفیت داده‌های آمارگیری پرداخته شود. بیمر و لایبرگ [۲]، اولین کسانی هستند که سعی کردند مفهوم کیفیت فرایند را با مفهوم خطای کل آمارگیری با هم در نظر بگیرند. آن‌ها رهیافتی برای اندازه‌گیری آن پیش‌نهاد نداده‌اند زیرا کیفیت، علاوه بر خطای کل آمارگیری، ابعاد غیر آمارگیری کیفی را هم در بر می‌گیرد که به راحتی قابل اندازه‌گیری نیستند.

گرووز [۳]، سعی کرد مفهوم خطا در فرمول‌بندی‌های خطای کل آمارگیری را با مفهوم‌های اقتصادسنجی و روان‌سنجی پیوند دهد. او یک ساختار آشیانی درون میانگین توان دوم خطا، ابتدا با تقسیم به واریانس و اریبی و سپس به خطاهای مشاهداتی و نامشاهداتی ارایه داد. وایزبرگ [۸]، در کتاب «رهیافت خطای کل آمارگیری» روی انواع مختلف خطاهایی که در آمارگیری رخ می‌دهند متمرکز شده است. گرووز و همکاران [۶] در کتاب «روش‌شناسی آمارگیری» که درباره‌ی چارچوب خطای کل آمارگیری صحبت کرده است، سعی کردند گام‌های طراحی آمارگیری، گرداوری و براورد را به منبع‌های خطا ربط

دهند. اسمیت [۷] یک فهرست‌بندی دیگر برای منبع‌های خطا ارایه داده است. او الگوی خطای کل آمارگیری را گسترش داده تا شامل آمارگیری‌های بین‌المللی شود و بتواند کشورها را با هم مقایسه کند.

گرووز و لایبرگ [۴] در مقاله‌ای با عنوان «خطای کل آمارگیری، گذشته، حال و آینده» مفهوم الگوی خطای کل آمارگیری را بررسی کرده و نقاط ضعف و قوت این الگو را برشمردند. بیمر [۱] با توجه به دیدگاه کیفیت، یعنی تأمین نیاز کاربر، در مورد چگونگی کاهش خطاهای آمارگیری در طول اجرای طرح و این‌که چه منبع‌هایی از خطا باید برای دست‌یابی به کیفیت آمارگیری، ارزیابی شوند تصمیم‌هایی را اختیار می‌کند. او برای براورد خطای کل آمارگیری از براورد میانگین توان‌دوم خطا استفاده کرده است.

در بخش ۲ یکی از روش‌های کمی کردن خطای کل آمارگیری معرفی می‌شود. در بخش ۳ روش بخش ۲ روی داده‌های تولیدشده از یک آمارگیری کوچک‌مقیاس که در یکی از دانشکده‌های دانشگاهی در تهران انجام شده است، برای کمی کردن TSE به‌کار گرفته می‌شود.

۲- اندازه‌گیری خطای کل آمارگیری

با داشتن اندازه‌ای از TSE امکان مقایسه‌ی درستی داده‌های حاصل از روش‌های مختلف گرداوری داده‌ها یا روش‌های مختلف براورد، بهینه‌کردن تخصیص منبع‌ها برای یک طرح آمارگیری، کاهش خطای غیر نمونه‌گیری که ناشی از فرایندهای خاصی از آمارگیری است و تهیه‌ی اطلاعات راجع به کیفیت داده‌ها یا براوردهای ارایه‌شده برای کاربران داده‌ها فراهم می‌شود. در این قسمت به یکی از روش‌هایی که به کمک آن‌ها می‌توان منبع‌های مختلف خطا را ادغام و خطای کل آمارگیری را کمی کرد، اشاره می‌شود.

۲-۱- میانگین توان دوم خطا

متداول‌ترین روش برای کمی کردن TSE، میانگین توان دوم خطا (MSE) است. معیار MSE خلاصه‌ای از تأثیرهای منبع‌های مختلف خطا روی براورد است که می‌تواند معیاری برای اندازه‌گیری درستی داده‌های آمارگیری باشد. این معیار هر چه کوچک‌تر باشد به معنای درستی بیش‌تر و خطای کل آمارگیری کم‌تر است.

اگر θ خصیصه‌ی مورد نظر و $\hat{\theta}$ براورد آن باشد، آن‌گاه MSE به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{MSE} = E(\hat{\theta} - \theta)^{۲}.$$

گرووز [۳] میانگین توان دوم خطای براورد میانگین جامعه‌ای را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$E_{s,t,i,a}(\bar{y}_{stia} - \bar{Y})^{۲} = E_{s,t,i,a}(\bar{y}_{stia} - \bar{y}_{...})^{۲} + (\bar{y}_{...} - \bar{Y})^{۲}$$
$$= Var(\bar{y}_{stia}) + (Bias(\bar{y}_{stia}))^{۲}$$

که در آن:

$E_{s,t,i,a}(\cdot)$: امید ریاضی روی همه‌ی نمونه‌های s، همه‌ی تکرارهای t، تمام مجموعه‌های پرسش‌گران i انتخاب‌شده برای آمارگیری و تمام شکل‌های انتساب پرسش‌گران به افراد نمونه‌ای a،

$\bar{y}_{stia}$: میانگین مقدارهای y (پاسخ متغیر Y درآمارگیری)، روی پاسخ‌گویان در sامین نمونه، tامین تکرار، iامین مجموعه‌ی پرسش‌گران و aامین شکل انتساب پرسش‌گران به واحدهای نمونه‌ای،

$\bar{y}_{...}$: مقدار مورد انتظار $\bar{y}_{stia}$ روی همه‌ی نمونه‌ها، همه‌ی تکرارها، همه‌ی مجموعه پرسش‌گرها و همه‌ی شکل‌های انتساب،

$\bar{Y}$: میانگین جامعه‌ی هدف برای مقدارهای واقعی متغیر Y هستند.

گرووز [۳] واریانس را شامل مؤلفه‌های واریانس نمونه‌گیری، واریانس بی‌پاسخی و واریانس پاسخ و اریبی را شامل مؤلفه‌های اریبی پوشش، اریبی بی‌پاسخی و سایر اریبی‌ها معرفی و به‌صورت زیر تعریف کرد:

الف- واریانس نمونه‌گیری: $E_{t,i,a}(E_s(\bar{y}_{stia} - \bar{y}_{.tia})^{۲})$

که $\bar{y}_{.tia}$ مقدار مورد انتظار $\bar{y}_{stia}$ روی تمام نمونه‌های s تحت یک طرح نمونه‌گیری،

ب- واریانس بی‌پاسخی: $E_t(E_{s,i,a}(\bar{y}_{stia} - (\bar{y}_f)_{stia})^{۲})$،

که $(\bar{y}_f)_{stia}$ میانگین اندازه‌های y برای همه‌ی واحدهای نمونه‌ای در نمونه‌ی s که هم شامل پاسخ‌گویان و هم شامل بی‌پاسخ‌ها است،

پ- واریانس پاسخ: $\frac{\sigma_e^2}{mk}(1+\rho_{int}\left(m-1\right))$
که در آن،

σ_e^2: واریانس پاسخ ساده با تعریف $\sigma_e^2 = E_{s,i,a}(E_t(\bar{y}_{stia}-\bar{y}_{s.ia})^2)$،

m: تعداد پاسخ‌گویانی که توسط هر پرسش‌گر مصاحبه می‌شوند (بار کار هر پرسش‌گر، با فرض برابری بار کارهای پرسش‌گران)،

k: تعداد پرسش‌گران به‌کار گرفته شده در آمارگیری، و

ρ_{int}: هم‌بستگی درون‌پرسش‌گری، و

ت- اریبی پوشش: $E_{s,t,i,a}((\gamma_{nc})_{stia}(\bar{Y}_{stia}-(\bar{Y}_{nc})_{stia}))$
که در آن،

$(\gamma_{nc})_{stia}$: نسبتی از جامعه‌ی هدف است که در طی عملیات ساختن چارچوب در sامین نمونه، t امین تکرار، با iامین مجموعه‌ی پرسش‌گران و aامین شکل انتساب، توسط چارچوب، پوشش داده نشده‌اند،

$\bar{Y}_{stia}$: میانگین مقدارهای واقعی برای آن‌هایی که توسط چارچوب در sامین نمونه، tامین تکرار، با iامین مجموعه پرسش‌گران و aامین شکل انتساب، توسط چارچوب، پوشش داده شده‌اند، و

$(\bar{Y}_{nc})_{stia}$: میانگین مقدارهای واقعی برای آن‌هایی که توسط چارچوب در sامین نمونه، tامین تکرار، با iامین مجموعه پرسش‌گران و aامین شکل انتساب، توسط چارچوب، پوشش داده نشده‌اند، و

ح- اریبی بی‌پاسخی:$E_{s,t,i,a}((\gamma_{nr})_{stia}(\bar{y}_{stia}-(\bar{Y}_{nr})_{stia}))$
که در آن،

$(\gamma_{nr})_{stia}$: نسبتی از جامعه‌ی هدف است که در sامین نمونه، tامین تکرار، با iامین مجموعه پرسش‌گران و aامین شکل انتساب، بی‌پاسخ‌اند، و

$(\bar{Y}_{nr})_{stia}$: میانگین مقدارهای واقعی برای بی‌پاسخ‌ها در sامین نمونه، tامین تکرار، با iامین مجموعه پرسش‌گران و aامین شکل انتساب هستند.

سایر اریبی‌ها و واریانس‌ها نیز به‌طور مشابه تعریف می‌شوند.

بنا بر این:

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE} = \Big[&E_{t,i,a}\{E_s\{(\bar{y}_{stia} - \bar{y}_{.tia})^2\}\\ &+E_t\left\{E_{s,i,a}\left(\bar{y}_{stia} - \left(\bar{y}_f\right)_{stia}\right)^2 + \cdots\right\}\Big]\\ &+[E_{s,t,i,a}\{(\gamma_{nc})_{stia}(\bar{Y}_{stia} - (\bar{Y}_{nc})_{stia})\}\\ &+E_{s,t,i,a}\{(\gamma_{nr})_{stia}(\bar{Y}_{stia} - (\bar{Y}_{nr})_{stia})\} + \cdots]^2\end{aligned}$$

بیمر [۱]، مدل ساده‌ای را برای تجزیه‌ی MSE ارایه داد که در زیر تشریح می‌شود.
مدل اندازه‌گیری $y_i = \mu_i + \varepsilon_i$ را در نظر بگیرید، که در آن y_i مقدار مشاهده‌شده‌ی واحد iام، μ_i مقدار واقعی واحد iام و ε_i مؤلفه‌ی خطا می‌باشند.
خطای ε_i می‌تواند برای یک اندازه‌گیری، مثبت یا منفی باشد. اگر تأثیر خالص این خطاها روی کل نمونه نزدیک صفر باشد، یعنی $E(\varepsilon_i) = 0$، این خطاها تصادفی خواهند بود، بنا بر این $E(\bar{y}) = \mu$.

حالت $E(\varepsilon_i) \neq 0$، به معنی این است که خطاهای سیستماتیک نیز بر براورد تأثیر می‌گذارند. اگر فرض کنیم که $E(\varepsilon_i) = \mathrm{B}$ در این صورت $E(\bar{y}) = \mu + B$ و مدل اندازه‌گیری به‌صورت $y_i = \mu_i + B + e_i$ در می‌آید، که در آن:

$$e_i = \varepsilon_i - B$$
$$E(e_i) = 0$$
$$Var(e_i) = \sigma_e^2$$
$$Var(\mu_i) = \sigma_\mu^2$$

و σ_e^2 واریانس اندازه‌گیری است.
در صورت ناهم‌بسته بودن خطاهای هر دو واحد نمونه‌ای، فقط واریانس نمونه‌گیری و واریانس اندازه‌گیری ساده بر براورد تأثیر می‌گذارند. یعنی اگر $Cov(e_i, e_{i'}) = 0$ آن‌گاه (در حالت جامعه‌ی متناهی، ضریب تصحیح نیز در واریانس ضرب می‌شود)

$$\mathrm{MSE}(\bar{y}) = B^2 + \frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2}{n}.$$

اما در آمارگیری‌هایی که با کمک پرسش‌گر اجرا می‌شوند، به‌دلیل وجود پرسش‌گر فرض ناهم‌بستگی خطاها برقرار نیست یعنی $E(e_{ij}|j) = b_i'$، $E(\varepsilon_{ij}) = B$. در این‌جا مدل

به‌صورت زیر برای y_{ij} (مقدار مشاهده‌شده‌ی واحد jام که توسط پرسش‌گر iام مصاحبه شده) در نظر گرفته می‌شود:

$$y_{ij} = \mu_{ij} + B + b_i + e_{ij}$$

که در آن $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - B - b_i$ و $b_i = b_i' - B$ بنا بر این

$$E(e_{ij}) = E(b_i) = ۰$$

$$Var(e_i) = \sigma_e^۲$$

$$Var(b_i) = \sigma_b^۲$$

$$Cov(y_{ji} - y_{j'i'}) = \begin{cases} \sigma_\mu^۲ + \sigma_b^۲ + \sigma_e^۲ & i = i', j = j' \\ \sigma_b^۲ & i = i', j \neq j' \\ ۰ & i \neq i' \end{cases}$$

در این حالت میانگین توان دوم خطا افزایش یافته و به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{MSE}(\bar{y}) = B^۲ + \frac{\sigma_\mu^۲ + \sigma_e^۲}{n} + \frac{\sigma_b^۲}{I}. \qquad (۱)$$

با یافتن براوردی از تک‌تک مؤلفه‌های رابطه‌ی (۱)، براوردی از میانگین توان دوم خطای میانگین نمونه‌ای حاصل می‌شود.

۱-۱-۲- براورد مستقیم میانگین توان دوم خطا

در برخی از حالت‌های نادر که اندازه‌های استاندارد طلایی (Gold Standard Measurements) (نوعی منبع مستقل داده‌ای) برای همه‌ی واحدهای نمونه‌ای (حتی برای بی‌پاسخ‌ها) در دسترس است، می‌توان به‌طور مستقیم، میانگین توان دوم خطا را براورد کرد. این استانداردهای طلایی که در عمل به‌سختی و با هزینه‌ی زیاد به‌دست می‌آیند نیز ممکن است اندازه‌های ضعیفی باشند، ولی با این حال، به کمک آن‌ها می‌توان تقریب‌های مفیدی از میانگین توان دوم خطا به‌دست آورد.

فرض کنید اندازه‌های استاندارد طلایی برای همه‌ی پاسخ‌گوها و بی‌پاسخ‌ها موجود باشند. در این صورت براورد اریبی خالص (به جز اریبی چارچوب) عبارت است از:

$$\hat{Bias}(\bar{y}_R) = \bar{y}_R - \bar{\mu}.$$

که $\bar{y}_R$ میانگین پاسخ‌های آمارگیری، و $\bar{\mu}$ میانگین اندازه‌های استاندارد طلایی برای همه‌ی واحدهای نمونه‌ای (شامل بی‌پاسخ‌ها) هستند. در این صورت براوردگر تقریبی MSE برای $\bar{y}_R$ به‌صورت زیر است:

$$\hat{\mathrm{MSE}}(\bar{y}_R) \approx \left(\hat{Bias}(\bar{y}_R)\right)^2 - \hat{V}(\bar{\mu}) + 2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_R).\hat{V}(\bar{\mu})} \qquad (۲)$$

که در آن $\hat{V}(\bar{y}_R)$ براورد واریانس براورد میانگین و $\hat{V}(\bar{\mu})$ براورد واریانس میانگین اندازه‌های استاندارد طلایی می‌باشند [۱]. باید توجه داشت که چون $\bar{\mu}$ و $\bar{y}_R$ هر دو بر اساس یک نمونه‌ی یکسان به‌دست می‌آیند، هر نوع اریبی چارچوب در این براوردگر بازتاب داده نمی‌شود، بنا بر این در این مقاله، از اطلاعات مورد نیاز برای براورد تقریبی MSE بر اساس فرمول (۲) استفاده می‌شود.

۲-۱-۲- براورد نامستقیم میانگین توان دوم خطا

گفته شد که خطای کل آمارگیری به دو بخش تفکیک می‌شود: اریبی و واریانس. میانگین توان دوم خطا برابر است با مجموع واریانس و توان دوم اریبی خالص. اریبی خالص، حاصل خنثی شدن اثر همه‌ی اریبی‌های مثبت و منفی تک‌تک خطاهاست. ولی واریانس که همواره نامنفی است، از جمع واریانس‌های همه‌ی مؤلفه‌های خطا به‌دست می‌آید. بنا بر این می‌توان مؤلفه‌های اصلی MSE را براورد و آن‌ها را با هم ترکیب کرده و به براوردی از MSE دست یافت. اگر همه‌ی اریبی‌ها و واریانس‌های موجود، در محاسبه‌ی میانگین توان دوم خطا لحاظ شوند، براورد دقیقی از خطای کل آمارگیری به‌دست خواهد آمد.

برای مثال گرووز و ماجیلاوی [۵]، خطاهایی که در یک آمارگیری رخ می‌دهند را شامل خطای نمونه‌گیری، خطای بی‌پاسخی و خطای اندازه‌گیری (خطای پاسخ) در نظر گرفتند و مدلی برای خطای کل آمارگیری به‌صورت زیر ارایه دادند.

فرض کنید یک نمونه‌ی n تایی از یک جامعه‌ی به اندازه‌ی N انتخاب شده است. فرض کنید از این نمونه، r واحد از مشارکت در آمارگیری امتناع می‌کنند (به برخی از پرسش‌ها پاسخ نمی‌دهند)، o واحد به‌دلیل‌های دیگری در آمارگیری شرکت نمی‌کنند و c واحد در آمارگیری مشارکت کرده و به پرسش‌ها پاسخ می‌دهند یعنی $n = r + o + c$. اگر Y_i را مقدار واقعی پاسخ برای فرد iام و y_i را مقدار پاسخ داده‌شده توسط فرد iام در نظر بگیریم، میانگین مقدارهای واقعی جامعه‌ای برابر $\bar{Y} = \sum_{i=1}^{N} Y_i/N$، میانگین واقعی نمونه‌ای کامل برابر $\bar{Y}_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i/n$، میانگین پاسخ‌ها برای واحدهای پاسخ‌گو برابر $\bar{y}_c = \sum_{i=1}^{c} y_i/c$، میانگین مقدارهای واقعی واحدهای پاسخ‌گو برابر $\bar{Y}_c = \sum_{i=1}^{c} Y_i/c$، میانگین واقعی واحدهایی که از مصاحبه امتناع کرده‌اند برابر $\bar{Y}_r = \sum_{i=1}^{r} Y_i/r$ و میانگین واقعی واحدهایی که به سایر دلیل‌ها با آن‌ها مصاحبه نشده، برابر با $\bar{Y}_o = \sum_{i=1}^{o} Y_i/o$ است.

میانگین پاسخ‌ها برای واحدهای پاسخ‌گو (مصاحبه‌شده) را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\bar{y}_c = \bar{Y}_n + \frac{r}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_r] + \frac{o}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_o] + \frac{r}{n}[\bar{y}_c - \bar{Y}_c] \qquad (۳)$$

میانگین توان دوم خطای $\bar{y}_c$ عبارت است از:

$$\begin{aligned}\mathrm{MSE} = (\bar{y}_c) = {} & E[\bar{Y}_n - \bar{Y}]^2 + E\left\{\frac{r}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_r]\right\}^2 + E\left\{\frac{o}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_o]\right\}^2 \\ & + E[\bar{y}_c - \bar{Y}_c]^2 + 2E\left\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)\right\} \\ & + 2E\left\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)\right\} + 2E\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\} \\ & + 2E\left\{\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)\right\} \\ & + 2E\left\{\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\right\} \\ & + 2E\left\{\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\right\} \qquad (۴)\end{aligned}$$

که در آن $E[\bar{Y}_n - \bar{Y}]^2$ خطای نمونه‌گیری، $E\left\{\frac{r}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_r]\right\}^2$ خطای امتناع از مصاحبه، $E\left\{\frac{o}{n}[\bar{Y}_c - \bar{Y}_o]\right\}^2$ خطای ناشی از سایر دلایل انجام نشدن مصاحبه، $E[\bar{y}_c - \bar{Y}_c]^2$ خطای پاسخ، $E\left\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)\right\}$ هم‌بستگی بین خطای نمونه‌گیری و خطای امتناع از مصاحبه، $E\left\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)\right\}$ هم‌بستگی بین خطای نمونه‌گیری و خطای ناشی از سایر دلایل انجام نشدن مصاحبه، $E\{(\bar{Y}_n - \bar{Y})(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\}$ هم‌بستگی بین خطای نمونه‌گیری و خطای پاسخ، $E\left\{\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)\right\}$ هم‌بستگی بین خطای امتناع از مصاحبه و خطای ناشی از سایر دلایل انجام نشدن مصاحبه، $E\left\{\left(\frac{r}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_r)(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\right\}$ هم‌بستگی بین خطای امتناع از مصاحبه و خطای پاسخ و $E\left\{\left(\frac{o}{n}\right)(\bar{Y}_c - \bar{Y}_o)(\bar{y}_c - \bar{Y}_c)\right\}$ هم‌بستگی بین خطای ناشی از سایر دلایل انجام نشدن مصاحبه و خطای پاسخ می‌باشند.

با دست‌یابی به براوردی از تک‌تک مؤلفه‌های رابطه‌ی (۴) می‌توان میانگین توان دوم خطای $\bar{y}_c$ را براورد کرد. براورد کردن مؤلفه‌های هم‌بستگی، بسیار پیچیده است و معمولاً مقدارهای ناچیزی هستند، بنا بر این در براورد MSE از آن‌ها صرف‌نظر می‌شود.

۳- یک کاربرد

با توجه به این‌که برای براورد برخی مؤلفه‌های خطا به اطلاعاتی در مورد فرایند گرداوری داده‌ها نیاز است و آمارگیری‌های انجام‌شده و نیز آمارگیری‌های در حال اجرا به گونه‌ای طراحی نشده‌اند که بتوانند برخی از اطلاعات مورد نیاز را در اختیار بگذارند، لذا برای براورد TSE، یک آمارگیری را طراحی، اجرا و اطلاعات مورد نیاز را به‌دست آوردیم.

برای اندازه‌گیری خطای کل آمارگیری، یک آمارگیری در سطح دانشکده‌ای در دانشگاه تهران اجرا شد. با توجه به لزوم داشتن مقدارهای واقعی متغیرها برای براورد اریبی‌ها، موضوع آمارگیری باید طوری انتخاب و اجرا می‌شد که مقدار به‌طور تقریبی بدون خطای متغیرها قابل دسترسی باشند. در قسمت آموزش دانشکده برخی اطلاعات در مورد وضعیت تحصیلی دانش‌جویان ثبت می‌شود که می‌توان این اندازه‌ها را اندازه‌های

استاندارد طلایی تلقی کرد. بنا بر این در این بررسی، هدف‌ها و جامعه‌ی هدف طرح به‌صورت زیر در نظر گرفته شدند.

۱-۳- هدف‌ها و جامعه‌ی هدف طرح

در این کاربرد جامعه‌ی هدف کلیه‌ی دانش‌جویان مقطع کارشناسی ارشد ورودی ۸۹ و۹۰ دانشکده‌ای از دانشگاهی در تهران است که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ در رشته‌های آمار اجتماعی-اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی اشتغال به تحصیل داشته‌اند.

هدف اصلی، براورد خطای کل آمارگیری در براورد نسبت‌های P_M و P_F برای جامعه‌ی هدف است که P_M و P_Fبه‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

P_M: نسبت دانش‌جویانی است که حداقل یک بار در طول دوره‌ی زمانی مورد مطالعه در مقطع کارشناسی ارشد در رشته‌های مذکور مشروط شده‌اند، و

P_F: نسبت دانش‌جویانی است که حداقل از یک درس در طول دوره‌ی زمانی مورد مطالعه در مقطع کارشناسی ارشد در رشته‌های مذکور، نمره‌ی کم‌تر از ۱۲ گرفته‌اند (حداقل یک درس را افتاده‌اند).

از هدف‌های دیگر این بررسی براوردP_M و P_F در طبقه‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی (براورد طبقه‌ای خطای کل آمارگیری برای نسبت‌های طبقه‌ای P_{M-h} و P_{F-h} برای $h = ۱, ۲, ۳$). برای این منظور طبقه‌های زیر در نظر گرفته شدند:

طبقه‌ی اول: همه‌ی دانش‌جویان کارشناسی ارشد ورودی ۸۹ و ۹۰ دانشکده‌ی مورد نظر که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ در رشته‌ی آمار اجتماعی- اقتصادی اشتغال به تحصیل داشته‌اند،

طبقه‌ی دوم: همه‌ی دانش‌جویان کارشناسی ارشد ورودی ۸۹ و ۹۰ دانشکده‌ی مورد نظر که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ در رشته‌ی آمار ریاضی اشتغال به تحصیل داشته‌اند، و

طبقه‌ی سوم: همه‌ی دانش‌جویان کارشناسی ارشد ورودی ۸۹ و ۹۰ دانشکده‌ی مورد نظر که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ در رشته‌ی ریاضی مالی اشتغال به تحصیل داشته‌اند.

با توجه به هدف‌های مورد مطالعه، پرسش‌نامه‌ای طراحی شد و واحدهای نمونه‌ای به تصادف به یکی از ۳ پرسش‌گر مورد استفاده در این طرح منتسب شده و به‌صورت تلفنی مورد مصاحبه قرار گرفتند.

۲-۳- چارچوب نمونه‌گیری و تعیین اندازه‌ی نمونه‌ای

چارچوب نمونه‌گیری عبارت است از فهرست همه‌ی شماره‌های دانش‌جویی دانش‌جویان کارشناسی ارشد ورودی ۸۹ و ۹۰ در رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی دانشکده‌ای از دانشگاهی در تهران به همراه معدل کل، تعداد واحد گذرانده شده، تعداد ترم‌های مشروطی تا انتهای نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ و نیز شماره‌ی تماس آن‌ها که از طریق اداره‌ی تحصیلات تکمیلی دانشکده‌ی مذکور در اختیار طرح قرار گرفت.

از آن‌جا که به نظر می‌رسید وضعیت نمره‌ها و شرایط درسی برای رشته‌های مختلف متفاوت باشد، هر یک از زیرجامعه‌ها به‌عنوان یک طبقه در نظر گرفته شد و برای گزینش نمونه از روش نمونه‌گیری طبقه‌بندی استفاده شد. چارچوب بر اساس رشته‌های تحصیلی طبقه‌بندی شده و سه طبقه‌ی آمار اجتماعی- اقتصادی (طبقه‌ی اول)، آمار ریاضی (طبقه‌ی دوم) و ریاضی مالی (طبقه‌ی سوم) تشکیل شدند.

واحد نمونه‌گیری عبارت است از هر یک از دانش‌جویان کارشناسی ارشد رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی ورودی سال‌های ۸۹ و۹۰ دانشکده‌ی مذکور که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ اشتغال به تحصیل داشته‌اند.

جامعه‌ی هدف در این مطالعه شامل $N = ۹۴$ دانش‌جو است. اندازه‌های جامعه‌ای هر یک از طبقه‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- اندازه‌ی جامعه‌ای هر یک از طبقه‌ها

طبقه	آمار اجتماعی - اقتصادی	آمار ریاضی	ریاضی مالی
اندازه‌ی جامعه‌ای	$N_۱ = ۳۱$	$N_۲ = ۳۴$	$N_۳ = ۲۹$

برای تعیین تعداد واحدهای نمونه‌ای در هر طبقه، n_h، یک نمونه‌ی مقدماتی از هر طبقه به اندازه‌ی n_{hpre} به‌صورت تصادفی انتخاب و با براورد واریانس طبقه‌ای، $s_h^{۲} = \frac{n_{hpre}}{n_{hpre}-۱}\hat{p}_{hpre}(۱-\hat{p}_{hpre})$، اندازه‌ی نمونه‌ای نهایی برای هر طبقه از فرمول زیر محاسبه شد.

$$n_h = \frac{z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲} s_h^{۲}}{e_h^{۲} + \frac{z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲} s_h^{۲}}{N_h}} \qquad (۵)$$

که در آن $s_h^{۲}$ براورد واریانس براوردگر، n_{hpre} اندازه‌ی نمونه‌ای مقدماتی از طبقه‌ی h، $\hat{p}_{hpre}$ براورد نسبت متناظر با طبقه‌ی h، e_h حاشیه‌ی خطای طبقه‌یh و $z_{\frac{\alpha}{۲}}^{۲}$ صدک $(۱-\frac{\alpha}{۲})$ام توزیع نرمال استاندارد می‌باشند. در این مطالعه $\alpha = ۰/۱$ و $e_h = ۰/۲$، $h = ۱, ۲, ۳$ در نظر گرفته شدند.

متغیرهای مورد بررسی، از طریق پرسش‌های زیر اندازه‌گیری شدند:

Q۲: آیا تا پایان ترم اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ نمره‌ی ضعیف و ناخوشایندی از هیچ یک از درس‌های کارشناسی ارشدتان گرفته‌اید؟ بله ☐ خیر ☐

Q۳: کم‌ترین معدل ترمی شما تا پایان نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ در کدام یک از رسته‌های زیر قرار داشته است؟

کم‌تر از ۱۴ ☐ ۱۶-۱۴ ☐ ۱۸-۱۶ ☐ بیش‌تر از ۱۸ ☐

Q۴: آیا تا پایان نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ از هیچ‌یک از درس‌های کارشناسی ارشدتان افتاده‌اید؟ بله ☐ خیر ☐

Q۷: آیا در هیچ ترمی تا پایان نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ مشروط شده‌اید؟ بله ☐ خیر ☐

متغیرهای دو حالتی $Y_۲, Y_۳, Y_۴, Y_۷$ به ترتیب متناظر با ۴ پرسش $Q۲, Q۳, Q۴, Q۷$ تعریف می‌شوند، به‌طوری که متغیرهای $Y_۲, Y_۴, Y_۷$ در صورتی که دانش‌جو پاسخ بله را انتخاب کند، مقدار ۱ و در صورت انتخاب گزینه‌ی خیر، مقدار ۰ را

اختیار می‌کنند. متغیر Y_3 نیز در صورتی که فرد رسته‌ی کم‌تر از ۱۴ را انتخاب کرده باشد، مقدار ۱ و در صورت انتخاب بقیه‌ی گزینه‌ها مقدار ۰ را اختیار می‌کند.

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی نمونه‌ای هر طبقه ماکسیمم واریانس متناظر با این چهار متغیر در نظر گرفته شد. با قرار دادن $\alpha = ۰/۱$ و $e_h = ۰/۲$ در فرمول (۵)، اندازه‌ی نمونه‌ای برای هر طبقه براورد شد. جدول ۲ اندازه‌ی نمونه‌ای محاسبه‌شده برای هر طبقه را نشان می‌دهد.

جدول ۲- اندازه‌ی نمونه‌ای هر یک از طبقه‌ها

طبقه	آمار اجتماعی - اقتصادی	آمار ریاضی	ریاضی مالی
اندازه‌ی نمونه‌ای مقدماتی	۳	۷	۴
ماکسیمم s^2	۰/۳۳۳	۰/۲۸۵	۰/۳۳۳
مقدار فرمول (۵)	۱۳/۰۰۷	۱۲/۲۵۵۷	۱۲/۶۳۵۲
اندازه‌ی نمونه‌ای	۱۳	۱۳	۱۳
تعداد نمونه‌ی مانده	۱۰	۶	۹

درون هر طبقه به روش تصادفی ساده، اندازه‌ی نمونه‌ای انتخاب و به‌طور تصادفی به هر یک از ۳ پرسش‌گر برای مصاحبه منتسب شدند. برخی از واحدهای نمونه‌ای در موقع تماس تلفنی، امکان پاسخ‌گویی نداشتند و یا تماس را جواب ندادند، یا گوشی همراه برخی خاموش بوده، و یا خط تلفن برخی از دانش‌جویان بعد از زمانی که اطلاعاتشان در آموزش ثبت شده، تغییر کرده بود، بنا بر این در این آمارگیری بی‌پاسخی واحد آماری به وجود آمد. در صورت بروز بی‌پاسخی واحد آماری، ابتدا ۲ بار دیگر برای پاسخ‌گیری از آن واحد نمونه‌ای با فرد بی‌پاسخ تماس گرفته شد و در صورت بی‌پاسخ ماندن واحد، از آن‌جا که دلیل بی‌پاسخی به موضوع مورد بررسی بستگی نداشت لذا ساختار گم‌شدگی کاملاً تصادفی در نظر گرفته شد و از روش جانشانی برای برخورد با بی‌پاسخی استفاده شد. یعنی واحد دیگری به‌طور تصادفی از میان واحدهای همان طبقه انتخاب و جای‌گزین آن واحد بی‌پاسخ شد.

۳-۳- براورد مستقیم میانگین توان دوم خطا (براورد تقریبی)

در زیربخش ۱-۱-۲ گفته شد که در صورت دسترسی به اندازه‌های استاندارد طلایی برای همه‌ی واحدهای نمونه‌ای (هم پاسخ‌گویان و هم بی‌پاسخ‌ها) می‌توان براورد تقریبی MSE را با استفاده از فرمول (۲) محاسبه کرد.

در مطالعه‌ی حاضر نیز اندازه‌های استاندارد طلایی در مورد وضعیت افتادن از درسی (متغیر Y_F این‌که آیا واحد نمونه‌گیری تا انتهای نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ درسی را افتاده است؟) و وضعیت مشروطی (متغیر Y_M این‌که آیا واحد نمونه‌گیری تا نیم‌سال مذکور مشروط شده است؟) برای تمام افراد نمونه‌ای موجود بودند.

۱-۳-۳- براورد تقریبی MSE نسبت دانش‌جویان افتاده از درسی

پرسش‌های Q۲ و Q۴ که وضعیت افتادن از درس دانش‌جو را مورد پرسش قرار می‌دهند (متناظر با متغیرهای دوحالتی $Y_۲$ و $Y_۴$ که پاسخ فرد به این پرسش‌ها هستند) را در نظر بگیرید. متناظر با این پرسش‌ها، با استفاده از اطلاعات چارچوبی نیز متغیری دو حالتی تحت عنوان Y_F قابل دسترس است که وضعیت واقعی هر دانش‌جو در این مورد را نشان می‌دهد.

با توجه به دو حالتی بودن متغیرها، آماره‌ی میانگین، بیان‌گر نسبت دارا بودن خصیصه‌ی مورد پرسش است. مقدار متغیر Y_F برای تک تک متغیرهای $Y_۲$ و $Y_۴$ حکم اندازه‌ی استاندارد طلایی را دارد. بنا بر این می‌توان میانگین و واریانس متغیر Y_F بر اساس داده‌های چارچوب و نیز میانگین و واریانس براوردگر نسبت افراد افتاده از درسی بر اساس پاسخ‌های به‌دست آمده برای پرسش‌های Q۲ و Q۴ را درون هر طبقه محاسبه کرد. با به کارگیری فرمول (۲)، MSE متناظر با هر یک از براوردگرهای نسبت دانش‌جویان افراد افتاده از درسی در هر یک از رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی براورد شدند که براوردی تقریبی از خطای کل آمارگیری متناظر با هر براوردگر هستند. براوردها در جدول ۳ آمده‌اند. با توجه به این جدول، در مثال حاضر در همه‌ی طبقه‌ها براورد MSE_h در براورد نسبت افتاده‌ها بر اساس Q۲ بزرگ‌تر از MSE_h متناظر با Q۴ است. در این آمارگیری، اریبی آماره‌ی $\hat{p}_{F۴_۳}$ در همه‌ی طبقه‌ها مقدار ۰ براورد شده و واریانس آن نیز ناچیز است، به عبارت دیگر خطای کل آمارگیری

کوچکی دارد و بنا بر این براوردگر مناسبی برای استفاده است. براورد نسبت افتاده‌ها از درسی در رشته‌ی ریاضی مالی بر اساس پرسش Q۲ منجر به بزرگ‌ترین $\widehat{\mathrm{MSE}}$ شده است. در حالی که بر اساس پرسش Q۴ ، در این طبقه براورد خطای کل آمارگیری $\hat{p}_{F۴-۳}$ مقدار صفر محاسبه شده است.

جدول ۳- براورد تقریبی $\widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{p}_{Fi-h})$ برای براوردگر نسبت افتاده‌ها

متغیر	طبقه	$\hat{\theta}$	اریبی	$\widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{\theta})$
$Y_۲$	۱	$\hat{p}_{F۲-۱}$	۰٫۵۴۰۰	۰٫۳۰۰۷
$Y_۲$	۲	$\hat{p}_{F۲-۲}$	۰٫۲۳۰۰	۰٫۰۶۵۶
$Y_۲$	۳	$\hat{p}_{F۲-۳}$	۰٫۶۲۰۰	۰٫۳۸۴۴
$Y_۴$	۱	$\hat{p}_{F۴-۱}$	۰	۰٫۰۰۳۴
$Y_۴$	۲	$\hat{p}_{F۴-۲}$	۰	۰٫۰۱۱۰
$Y_۴$	۳	$\hat{p}_{F۴-۳}$	۰	۰

براورد MSE جامعه‌ای از میانگین موزون $\widehat{\mathrm{MSE}}_h$های طبقه‌ای که وزن هر کدام برابر $W_h^۲ = (\frac{N_h}{N})^۲$ است، به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\widehat{\mathrm{MSE}}(\hat{p}_{Fi}) = \sum_{h=۱}^{H} \left(\frac{N_h}{N}\right)^۲ \widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{p}_{Fi-h})$$

$$\widehat{\mathrm{MSE}}\left(\hat{p}_{F۲}\right) \approx ۰٫۰۷۷۸۷$$
$$\widehat{\mathrm{MSE}}\left(\hat{p}_{F۴}\right) \approx ۰٫۰۰۱۸۱$$

براورد تقریبی MSE بر اساس پرسش Q۲ برابر با ۰٫۰۷۷۸۷ و بر اساس پرسش Q۴ برابر با ۰٫۰۰۱۸۱ است. براورد خطای کل آمارگیری براوردگر نسبت افتادن از درسی بر اساس پرسش Q۲ خیلی بیش‌تر از این براورد بر اساس پرسش Q۴ است. بنا بر این بهتراست برای براورد نسبت دانش‌جویان افتاده از درسی (در بین همه‌ی دانش‌جویان

مقطع کارشناسی ارشد رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی دانشکده‌ی مذکور که در نیم‌سال اول سال تحصیلی ۹۱-۹۰ اشتغال به تحصیل داشته‌اند) از براوردگر $\hat{p}_{F۴}$ استفاده شود.

۲-۳-۳- براورد تقریبی MSE براوردگر نسبت دانش‌جویان مشروطی

با استفاده از متغیرهای دو حالتی $Y_۳$ و $Y_۷$، براوردی از نسبت دانش‌جویان مشروطی در هر رشته حاصل می‌شود. بر اساس اطلاعات چارچوب نیز متغیر Y_M که وضعیت واقعی دانش‌جویان در مورد وضعیت مشروطی آن‌ها در حداقل یک ترم دوره‌ی کارشناسی ارشد را نشان می‌دهد، در دسترس است. به‌طور مشابه براورد MSE در هر طبقه به‌دست آمد که در جدول ۴ آورده شده‌اند. طبق این جدول، اریبی متغیرهای $Y_۳$ و $Y_۷$ برای طبقه‌های آمار اجتماعی- اقتصادی و ریاضی مالی، صفر و برای طبقه‌ی آمار ریاضی ناچیز بوده است. منفی بودن این اریبی، نشان دهنده‌ی این است که هر دو پرسش سعی در کم‌براوردی نسبت مشروطی دارند. وجود مؤلفه‌ی اریبی در طبقه‌ی آمار ریاضی باعث شده براورد تقریبی میانگین توان دوم خطای براوردگر در این طبقه بزرگ‌تر از دو طبقه‌ی دیگر شود.

جدول ۴- براورد تقریبی $\widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{p}_{Mi-h})$ برای براوردگر نسبت دانش‌جویان مشروط‌شده

متغیر	طبقه	براورد پارامتر $\hat{\theta}$	اریبی	$\widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{\theta})$
$Y_۳$	۱	$\hat{p}_{M۳-۱}$	۰	۰٫۰۰۶۳
$Y_۳$	۲	$\hat{p}_{M۳-۲}$	-۰٫۲۳۰۰	۰٫۰۶۱۷
$Y_۳$	۳	$\hat{p}_{M۳-۳}$	۰	۰٫۰۰۳۳
$Y_۷$	۱	$\hat{p}_{M۷-۱}$	۰	۰٫۰۰۶۳
$Y_۷$	۲	$\hat{p}_{M۷-۲}$	-۰٫۰۸۰۰	۰٫۰۱۸۶
$Y_۷$	۳	$\hat{p}_{M۷-۳}$	۰	۰٫۰۰۳۳

در نهایت میانگین موزون $\widehat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{p}_{Mi})$ ها برای محاسبه‌ی براورد تقریبی MSE وضعیت مشروطی دانش‌جویان به‌کار گرفته شد. براوردها به دنبال آورده شده‌اند:

$$\widehat{\mathrm{MSE}}\left(\hat{p}_{M۳}\right) \approx ۰/۰۰۹۰۷$$
$$\widehat{\mathrm{MSE}}\left(\hat{p}_{M۷}\right) \approx ۰/۰۰۳۴۳$$

براورد تقریبی MSE بر اساس پرسش Q۳ برابر با ۰/۰۰۹۰۷ و بر اساس پرسش Q۷ برابر با ۰/۰۰۳۴۳ به‌دست آمدند. به عبارت دیگر براورد خطای کل آمارگیری براوردگر نسبت مشروطی بر اساس پرسش Q۳ بزرگ‌تر از این براورد بر اساس پرسش Q۷ بوده است. تفاوت چندانی میان براوردگرهای $\hat{p}_{M۳}$ و $\hat{p}_{M۷}$ وجود نداشته و به نظر می‌رسد هر دو براوردگر مناسب باشند.

۴-۳- براورد نامستقیم $\mathbf{MSE}(\widehat{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{M}})$ و $\mathbf{MSE}(\widehat{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{F}})$

در براورد نامستقیم MSE، ابتدا اثر تک تک خطاهای سیستماتیک و خطاهای تصادفی ممکن در آمارگیری براورد و سپس با هم ترکیب می‌شوند، خطاهای سیستماتیک باعث اریبی براورد و خطاهای تصادفی موجب پراکندگی آن می‌شوند.
همان‌طور که گفته شد، اگر θ خصیصه‌ی مورد نظر و $\hat{\theta}$ براورد آن باشد، MSE به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{MSE}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^{۲} = \mathrm{Var}(\hat{\theta}) + \mathrm{Bias}^{۲}(\hat{\theta})$$

اریبی خالص حاصل خنثی شدن تمامی اریبی‌هاست و واریانس از مجموع واریانس‌های مختلف به‌دست می‌آید.

پارامترهای مورد نظر در این‌آمارگیری، نسبت دانش‌جویانی که حداقل از یک درس افتاده‌اند (P_F) و نسبت دانش‌جویانی که حداقل یک بار مشروط شده‌اند (P_M) است. هدف مطالعه براورد MSE براورد این نسبت‌ها است. ابتدا میانگین توان دوم خطا در رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی با به‌کارگیری فرمول (۱) براورد و سپس میانگین موزون $\widehat{\mathrm{MSE}}_h$ها به‌عنوان براورد میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت P_F یا P_M در جامعه در نظر گرفته می‌شود.

۱-۴-۳- براورد MSE_h

با استفاده از براورد مؤلفه‌ها در رابطه‌ی (۱) براورد میانگین توان دوم خطای براوردگرهای نسبت دانش‌جویان افتاده از درسی و نسبت دانش‌جویان مشروطی برای طبقه‌های مختلف به‌دست آمد. این اطلاعات در جدول ۵ ارائه شده‌اند. در براورد اریبی (ستون سوم از سمت راست این جدول)، تنها اندازه‌گیری‌های اول شرکت داده شدند. به عبارت دیگر متغیر $Y_۲$ به عنوان اندازه‌گیری اول در مورد وضعیت افتادن از درس دانش‌جو و متغیر $Y_۳$ به عنوان اندازه‌گیری اول در مورد وضعیت مشروطی دانش‌جو در نظر گرفته شده است.

جدول ۵- براورد MSE_h برای نسبت دانش‌جویان افتاده از درسی و نسبت دانش‌جویان مشروطی

θ	طبقه (h)	اریبی	$\hat{\mathrm{Var}}(\hat{\theta})$	$\sigma_b^۲/I$	$MSE_h(\hat{\theta})$
$P_{F-۱}$	۱	۰٫۵۴	۰٫۰۰۸	۰٫۰۱۵	۰٫۳۱۵
$P_{F-۲}$	۲	۰٫۲۳	۰٫۰۱۳	۰٫۰۲۱	۰٫۰۸۸
$P_{F-۳}$	۳	۰٫۶۲	۰٫۰۰۶	۰	۰٫۰۳۹
$P_{M-۱}$	۱	۰	۰٫۰۰۷	۰	۰٫۰۰۷
$P_{M-۲}$	۲	−۰٫۲۳	۰٫۰۱۲	۰	۰٫۰۶۷
$P_{M-۳}$	۳	۰	۰٫۰۰۵	۰	۰٫۰۰۵

۲-۴-۳- براورد MSE جامعه‌ای

براورد میانگین توان دوم خطای جامعه‌ای با استفاده از میانگین موزون براورد MSEهای طبقه‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\hat{\mathrm{MSE}}(\hat{\theta}) = \sum_{h=۱}^{H} \left(\frac{N_h}{N}\right)^۲ \hat{\mathrm{MSE}}_h(\hat{\theta})$$

$$\hat{\mathrm{MSE}}(\hat{P}_F) = ۰٫۰۸۲۸۰۹ \qquad \hat{\mathrm{MSE}}(\hat{P}_M) = ۰٫۰۰۹۶۹۵$$

با استفاده از اطلاعات جدول ۵ و با روش تجزیه‌ی MSE به مؤلفه‌هایش می‌توان MSE جامعه‌ای نسبت دانش‌جویان افتاده و مشروطی را به‌دست آورد. براورد خطای کل آمارگیری براوردگر نسبت دانش‌جویانی که از درسی افتاده‌اند حدود ۸ درصد و مقدار این آماره برای براوردگر نسبت دانش‌جویان مشروطی حدود ۱ درصد به‌دست آمد.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

ابتدا با استفاده از این نکته که اندازه‌های استاندارد طلایی (اطلاعات کارنامه‌ای دانش‌جویان) برای همه‌ی واحدهای نمونه‌ای قابل دسترس است، براوردی تقریبی از میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت مشروطی و نسبت افتاده‌ها از درسی در هر یک از رشته‌های آمار اجتماعی- اقتصادی، آمار ریاضی و ریاضی مالی محاسبه شد. براورد تقریبی میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت افتاده‌ها از درسی در جامعه بر اساس متغیرهای $Y_۲$ و $Y_۴$ برابر ۰٫۰۷۷۸۷ و ۰٫۰۰۱۸۱ و براورد تقریبی میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت مشروطی بر اساس متغیرهای $Y_۳$ و $Y_۷$ برابر ۰٫۰۰۹۰۷ و ۰٫۰۰۳۴۳ محاسبه شدند.

در قسمت بعد، ابتدا تک‌تک مؤلفه‌های خطا در صورت رخ دادن در این آمارگیری براورد شدند، سپس مؤلفه‌های اریبی با یکدیگر جمع، اریبی خالص براورد شده و با مجموع توان دوم این اریبی خالص و واریانس‌های متناظر با بقیه‌ی خطاها، براوردی از MSE متناظر با هر براورد به‌دست آمد. در این مرحله برای براورد اریبی‌ها، وجود اندازه‌های استاندارد طلایی لازم بود. از دو پرسشی که برای اندازه‌گیری یک خصیصه در پرسش‌نامه آمده‌اند، برای براورد واریانس ساده‌ی اندازه‌گیری استفاده شد. براورد نامستقیم میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت افتاده‌ها از درسی در جامعه بر اساس متغیرهای $Y_۲$ و $Y_۴$ برابر ۰٫۰۸۲۸۰۹ و براورد نامستقیم میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت مشروطی بر اساس متغیرهای $Y_۷$ و $Y_۳$ برابر ۰٫۰۰۹۶۹۵ به‌دست آمد.

براورد تقریبی میانگین توان دوم خطای براوردگر نسبت‌ها از براورد نامستقیم میانگین توان دوم خطای براوردگر متناظرشان کوچک‌تر هستند. به عبارت دیگر، براورد تقریبی MSE تا حدودی خطای کل آمارگیری را کم‌براورد می‌کند. این اختلاف در مورد

پرسش Q۲ و نیز برای پرسش Q۳ در این آمارگیری بسیار ناچیز است. دلیل این رخداد استفاده از اریبی ناشی از این پرسش‌ها در براورد مستقیم است.

در نظام تولید آمارهای رسمی در کشور، هر ساله طرح‌های آمارگیری متعددی اجرا شده و نتیجه‌ی آن‌ها در اختیار کاربران قرار می‌گیرد. محاسبه‌ی TSE برای این طرح‌های آمارگیری و انتشار آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است زیرا کاربر با دانستن میزان TSE می‌تواند نحوه‌ی استفاده و استنتاج از داده‌ها را تنظیم کند. محاسبه‌ی TSE نیاز به بازنگری در این طرح‌های آمارگیری دارد به‌طوری که کمی کردن TSE برای آن‌ها امکان‌پذیر شود. در برخی از طرح‌های موجود بعضی از مؤلفه‌های TSE اندازه‌گیری می‌شوند ولی وافی به مقصود نیستند. بنا بر این با توجه به اهمیت موضوع پیش‌نهاد می‌شود که واحدهای تولیدکننده‌ی آمار با بازنگری در طرح‌های آمارگیری امکان محاسبه‌ی TSE را به‌وجود آورند.

مرجع‌ها

[1] Biemer, P.P. (2010). Total Survey Error: Design, Implementation, and Evaluation, *Public Opinion Quarterly*, **74**, 817-848.

[2] Biemer, P. and Lyberg, L. (2003). *Introduction to Survey Quality*, John Wiley and Sons. New York.

[3] Groves, R.M. (2004). *Survey Errors and Survey Costs*, John Wiley and Sons. New York.

[4] Groves, R.M. and Lyberg, L. (2010). Total Survey Error: Past, Present, and Future, *Public Opinion Quarterly*, **74**, 849-879.

[5] Groves, R.M. and Magilavy, L. (1984). An Experimental Measurement of Total Error, *American Statistical Association*, 698-703.

[6] Groves, R.M., Fowler, F., Couper, M., Singer, E., and Tourangeau, R. (2009). *Survey Methodology*, John Wiley and Sons. New York.

[7] Smith, T. (2009). *Refining the Total Survey Error Perspective*, Memo: NORC/ University of Chicago.

[8] Weisberg, H. (2005). *The Total Survey Error Approach*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

حمیدرضا نواب‌پور
دکتری آمار
تهران، خیابان شهید بهشتی، نبش احمد قصیر، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده‌ی علوم ریاضی و رایانه، گروه آمار.
رایانشانی: h.navabpour@srtc.ac.ir

طیبه چگینی
فوق لیسانس آمار
تهران، خیابان شهید بهشتی، نبش احمد قصیر، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده‌ی علوم ریاضی و رایانه، گروه آمار.
رایانشانی: taiebehchegini@yahoo.com

اکرم صفرنژاد بروجنی
فوق لیسانس آمار
تهران، خیابان شهید بهشتی، نبش احمد قصیر، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده‌ی علوم ریاضی و رایانه، گروه آمار.
رایانشانی: a.safarnejad65@yahoo.com