گزیده‌مطالب آماری
سال ۲۰، شماره‌ی ۱، بهار و تابستان ۱۳۸۸، صص ۹۵-۱۲۲

کاربردی از نمونه‌گیری برشی

مریم پورمحمود* و حمیدرضا نواب‌پور

دانشگاه علامه طباطبایی

چکیده. برای به دست آوردن خصوصیات و ویژگی‌های کلی یک جامعه باید اطلاعاتی در مورد اعضای آن جامعه در دست باشد، یک روش جمع‌اوری این اطلاعات آمارگیری نمونه‌ای است. بر اساس نحوه‌ی انتخاب نمونه دو رهیافت در آمارگیری نمونه‌ای وجود دارد، رهیافت احتمالاتی و رهیافت نااحتمالاتی. در رهیافت نمونه‌گیری نااحتمالاتی براوردها اریب هستند، لذا نتیجه‌ها باید در کلاس براوردهای اریب بررسی شوند، ولی به سبب سرعت و هزینه‌ی کم برخی از این روش‌ها در بسیاری از آمارگیری‌ها مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از روش‌های نمونه‌گیری نااحتمالاتی نمونه‌گیری برشی است. این شیوه‌ی گزینش نمونه به‌دلیل ویژگی‌های مناسبی که دارد در بسیاری از آمارگیری‌های اقتصادی اجتماعی مثل آمارگیری از شاخص قیمت‌ها و آمارگیری از کارگاه‌های صنعتی به کار گرفته شده است. در این مقاله ابتدا انواع نمونه‌گیری برشی معرفی می‌شود و سپس از نمونه‌گیری برشی نوع سوم برای براورد میانگین ارزش افزوده‌ی کارگاه‌های صنعتی دارای ۱۰ کارکن و بیش‌تر در سال ۱۳۸۵ استفاده می‌شود. در این مطالعه عملکرد این نوع نمونه‌گیری با رهیافت مدل‌یار در براورد میانگین آماره‌ی مذکور مقایسه می‌شود. نتیجه‌ی مطالعه نشان می‌دهد که رهیافت مدل‌یار تحت شرایطی براوردهای دقیق‌تری ارائه می‌دهد. در نهایت نتایج به دست آمده بر اساس رهیافت مدل‌یار با نتایج براورد نسبتی روش نمونه‌گیری تصادفی ساده مقایسه می‌شود.

واژگان کلیدی: نمونه‌گیری احتمالاتی؛ نمونه‌گیری نااحتمالاتی؛ نمونه‌گیری برشی؛ آستانه‌ی برش؛ رهیافت حذف؛ رهیافت مدل‌یار؛ اندازه‌ی نمونه.
دریافت: ۱۳۸۸/۲/۲۲، پذیرش: ۱۳۸۸/۸/۲۰
* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

۱- مقدمه

برای تولید اطلاعات در مورد عناصر جامعه از روش‌های مختلف تولید آمار استفاده می‌شود. تولید آمار به سه روش ممکن است انجام شود، تولید آمار به‌کمک ثبت داده‌ها، سرشماری و آمارگیری نمونه‌ای.

تولید آمار از طریق آمارگیری نمونه‌ای در صورتی معتبر و قابل قبول است که تمام مراحل بررسی به نحوی معقول و منطقی و بر اساس اصول و ملاک‌های علمی و به دور از هر گونه جهت‌گیری و یا سلیقه‌ی شخصی انجام گرفته باشد. بر اساس گفته‌ی سارندال [۶] نمونه‌گیری به دو شیوه‌ی نمونه‌گیری احتمالاتی (همه‌ی عناصر جامعه‌ی هدف شانس مثبت برای گزینش شدن را دارند) و نمونه‌گیری نااحتمالاتی (برخی عناصر جامعه‌ی هدف شانس گزینش شدن را در نمونه ندارند) صورت می‌گیرد. در واقع در عمل اجرای نمونه‌گیری‌های نااحتمالاتی در مقایسه با نمونه‌گیری‌های احتمالاتی بسیار کم‌هزینه‌تر و سریع‌تر هستند، ولی در نهایت نتایج اریب به دست می‌دهند. یکی از روش‌های نمونه‌گیری نااحتمالاتی نمونه‌گیری برشی است. در این روش بخشی از عناصر جامعه با توجه به درجه‌ی اهمیت آن‌ها (اطلاعات کمی که دارند) مورد توجه قرار نمی‌گیرند. به عبارت دیگر از چارچوب نمونه‌گیری حذف می‌شوند، لذا عناصر این بخش از جامعه شانسی برای گزینش شدن در نمونه ندارند.

در ادامه در بخش ۲، نمونه‌گیری برشی و انواع آن معرفی می‌شود و نحوه‌ی تعیین اندازه‌ی نمونه و آستانه‌ی برش مورد بحث قرار می‌گیرد. در بخش ۳، از طرح نمونه‌گیری برشی نوع سوم برای براورد میانگین ارزش افزوده‌ی کارگاه‌های صنعتی در سال ۱۳۸۵ استفاده می‌شود.

۲- نمونه‌گیری برشی و انواع آن

در صورت اولیه‌ی این روش برخلاف روش‌های معمول نمونه‌گیری که در آن‌ها فرض می‌شود تمام اعضای جامعه شانس مثبتی برای حضور در نمونه دارند، بخشی از جامعه به‌صورت آگاهانه از مطالعه حذف می‌شوند (قسمت برش داده‌شده) و هیچ شانس حضوری

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

در نمونه ندارند. در بسیاری از موارد اطلاعات با ارزشی از قبیل نظر کارشناسان و افـراد بـا تجربه در رابطه با صفت مورد نظر، چگونگی توزیع آن در جامعه و اطلاعات بررسـی‌هـای پیشین و نیز اطلاعات سرشماری‌های قبلی در دست است به طوری که آمارگیر را ترغیـب می‌کند تا بخشی از جامعه‌ی مورد نظر را که در مقدار کل یا میانگین صفت مـورد بررسـی در جامعه تأثیر کمی دارند از بررسی حذف کرده و توجـه خـود را بـه آن بخـش از جامعـه معطوف کند که معتقد است در مقدار پارامتر تأثیر قابل توجهی دارد.

بر اساس گفته‌ی ناب [۵] تجربه نشان داده است اگر توزیع صفت مورد بررسـی Y در جامعه‌ای که دارای چولگی زیاد باشد، و بـرای واحـدهای جامعـه بـا مقـادیر کوچـک Y چارچوب قابل اعتمادی در دست نباشد یا ارائه‌ی چنین چارچوبی مستلزم صـرف هزینـه و دقت زیاد باشد. در این موارد استفاده از روش نمونه‌گیری برشی علاوه بر صـرفه‌جـویی در هزینه‌های مالی، زمانی و انسانی براوردهای قابل اعتماد و نسبتاً دقیقی ارائه مـی‌دهـد. بـه عبارت دیگر در بیش‌تر مواقع در صورت استفاده از طرح‌هـای نمونـه‌گیـری برشـی اریبـی نتیجه‌های به دست آمده در مقایسه با صرفه‌جویی‌های صـورت‌گرفتـه قابـل چـشم‌پوشـی می‌باشد. از دیگر عامل‌های استفاده از نمونه‌گیری برشی آن است که گاهی اوقات به‌دلیـل شرایط اقتصادی، قابلیت دسترسی، امکانات و ... مجبور به انتخاب نمونه در مکـان‌هـایی هستیم که آمارگیر و سایر شرایط لازم برای آمـارگیری فـراهم اسـت. در چنـین شـرایطی استفاده از نمونه‌گیری برشی اجتناب‌نـاپـذیر اسـت (یکـی از منـابع مهـم مقالـه‌ی هـان و همکاران [۳] می‌باشد). در نمونه‌گیری برشی بسته به نحوه‌ی برخورد با اعضای جامعـه بـا مقدارهای کوچک Y یا واحدهایی از جامعه که دسترسـی بـه آن‌هـا امکـان‌پـذیر نیـست می‌توان چهار نوع روش نمونه‌گیری برشی را تشخیص داد، که در ادامـه بـه توضـیح ایـن روش‌ها پرداخته می‌شود. لازم به توضیح است که در هر یک از این روش‌هـا از نتـایج بـه دست آمده توسط حیدراقلو [۴] و بی و همکاران [۲] استفاده شده است.

۱-۲- نمونه‌گیری برشی نوع اول (سرشماری-حذف)

در این نوع روش نمونه‌گیری برشی که از متداول‌ترین روش‌های نمونه‌گیری برشی موجود است و در اکثر مطالعه‌های اقتصادی، کارگاهی و ... دارای کاربرد می‌باشد، جامعـه‌ی N

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

عضوی $U=\{۱,۲,...,N\}$ به دو ناحیه‌ی U_E و U_C تقسیم می‌شود که در آن U_C بخشی از اعضای جامعه‌ی U را نشان می‌دهد که به طور کامل در آمارگیری شرکت داده می‌شوند. برای هر عضو $j\in U_c$ داریم $\pi_j=۱$. همچنین U_E (ناحیه‌ی برش داده شده) بخشی از اعضای جامعه‌ی U را نشان می‌دهد که در آمارگیری شرکت داده نمی‌شوند و به طور کامل از بررسی حذف می‌شوند. در واقع برای $j\in U_E$ داریم $\pi_j=۰$ و $U=U_E\bigcup U_C$.

۱-۱-۲- براوردگر برشی نوع اول با رهیافت حذف

در این رهیافت پس از تقسیم‌بندی جامعه به دو ناحیه‌ی U_C و U_E براوردگر ارائه‌شده برای پارامتر مورد نظر فقط با استفاده از مقدارهای صفت Y در ناحیه‌ی سرشماری U_C محاسبه می‌شوند. در این حالت براوردگر مجموع برای t عبارت است از :

$$\hat{t}_{\text{cut}}=\sum_{i\in U_C}Y_i=N_C\bar{Y}_C \qquad (۱)$$

که در آن N_C اندازه‌ی ناحیه‌ی سرشماری و $\bar{Y}_C$ میانگین ناحیه‌ی سرشماری است. در این حال براوردگر ارائه‌شده اریب می‌باشد و میزان اریبی آن عبارت است از:

$$\begin{aligned}|\ \text{Bias}(\hat{t}_{\text{cut}})\ |&=|\ N_C\bar{Y}_C-t\ |=|\ N_C\bar{Y}_C-N\bar{Y}_N\ |\\&=|\ N_C\bar{Y}_C-N_C\bar{Y}_C-N_E\bar{Y}_E\ |=|\ -t_E\ |=|t_E\ |\end{aligned} \qquad (۲)$$

که در آن N اندازه‌ی کل و $\bar{Y}_N$ میانگین کل جامعه است [۱].

۲-۱-۲- براوردگر برشی نوع اول با رهیافت مدل‌یار

در این روش از مقادیری که در ناحیه‌ی حذف قرار دارند به وسیله‌ی برقراری رابطه با مقادیر ناحیه‌ی سرشماری به‌صورت زیر استفاده می‌شود. واضح است که $t_E=\delta t_C$ که در آن t_C مجموع در ناحیه‌ی سرشماری و δ در فرمول (۴) در زیر تعرف شده است.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

بنابراین می‌توان t_E را به وسیله‌ی $\hat{t}_E = \tilde{\delta}\, t_C$ براورد کرد. در نتیجه براوردگر برشی نوع اول t با استفاده از رهیافت مدل‌یار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \hat{t}_{\text{cut}} &= t_C + \hat{t}_E = \left(1 + \tilde{\delta}\right) t_C \\ &= \left(1 + \tilde{\delta}\right) \sum_{i \in U} Y_i \end{aligned} \qquad (۳)$$

در این حالت میزان اریبی $\hat{t}_{\text{cut}}$ عبارت است از:

$$\begin{aligned} \text{Bias}\left(\hat{t}_{\text{cut}}\right) &= E\left(\hat{t}_{\text{cut}}\right) - t \\ &= t_C + \tilde{\delta} t_C - t_C - t_E \\ &= \left(\tilde{\delta} - \delta\right) t_C \end{aligned}$$

که در آن

$$\delta = \frac{\sum_{i \in U_E} Y_i}{\sum_{i \in U_C} Y_i} = \frac{t_E}{t_C} \qquad (۴)$$

و همچنین براورد آن به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{\delta} = \frac{\sum_{i \in U_E} X_i}{\sum_{i \in U_C} X_i} = \frac{t_{X_E}}{t_{X_C}} \qquad (۵)$$

که در آن X_E متغیر کمکی مورد استفاده در ناحیه‌ی حذف و X_C مقدار متغیر کمکی در ناحیه‌ی سرشماری است.

۲-۲- نمونه‌گیری برشی نوع اول تبدیل‌یافته

در بررسی صفت Y پس از تقسیم جامعه به دو ناحیه (بر حسب بزرگی مقدارهای Y)، به جای سرشماری از ناحیه‌ی U_C نمونه‌گیری به عمل می‌آید، یعنی U_S ناحیه‌ای از جامعه

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

را نشان می‌دهد که در آن واحدهایی با مقدارهای بزرگ Y قرار دارند و نمونه‌ای به اندازه‌ی n از آن برای بررسی انتخاب می‌شود. همچنین مشابه قبل U_E ناحیه‌ای از جامعه را نشان می‌دهد که در آن واحدهایی با مقدارهای کوچک Y قرار دارند.

۱-۲-۲- براوردگر برشی نوع اول تبدیل‌یافته با رهیافت حذف

در این روش براوردگر برشی به‌صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} t &= t_E + t_S \\ \bar{Y}_N &= W_E \bar{Y}_E + W_S \bar{Y}_S \end{aligned} \qquad (۶)$$

که $W_E = \frac{N_E}{N}$، $W_S = \frac{N_S}{N}$ و $W_E + W_S = ۱$ و در نهایت با نادیده گرفتن مقادیری که در ناحیه‌ی حذف قرار گرفته براورد t برابر $\hat{t}_{\text{cut}} = N\hat{\bar{Y}}_N$ می‌شود.
و مقدار اریبی آن برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{Bias}\left(\hat{t}_{\text{cut}}\right) &= E\left(\hat{t}_{\text{cut}}\right) - t \\ &= t_S + \tilde{\delta} t_S - t_S - t_E \\ &= \left(\tilde{\delta} - \delta\right) t_S . \end{aligned}$$

۲-۲-۲- براوردگر برشی نوع اول تبدیل‌یافته با رهیافت مدل‌یار

در این حالت t را با توجه به روابط ارائه‌شده‌ی $t_E = \delta t_S$ و در نتیجه $t = (۱+\delta) t_S$ که در آن δ به‌صورت زیر براورد می شود:

$$\tilde{\delta} = \frac{\sum_{i \in U_E} X_i}{\sum_{i \in U_S} X_i} = \frac{t_{X_E}}{t_{X_S}} \qquad (۷)$$

حال پس از براورد $\hat{t}_S$ و براورد δ توسط $\tilde{\delta}$ براوردگر برشی به صورت $\hat{t}_{\text{cut}} = \left(۱+\tilde{\delta}\right)\hat{t}_S$ به دست می‌آید. در نهایت مقدار اریبی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود :

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

$$\text{Bias}\left(\hat{t}_{\text{cut}}\right)=\left(1+\tilde{\delta}\right)E\left(\hat{t}_S\right)-t=\left(1+\tilde{\delta}\right)t_S-t$$
$$=\left(\tilde{\delta}-\delta\right)t_S.$$

۳-۲- نمونه‌گیری برشی نوع دوم (سرشماری- نمونه‌گیری)

در صورت به کارگیری روش‌های نمونه‌گیری برشی نوع اول و نوع تبدیل‌یافته‌ی آن براوردهای به دست آمده اریب می‌باشند، در ضمن نمی‌توان با اطمینان مناسب نتیجه‌های به دست آمده در سطح نمونه را به جامعه تعمیم داد. در نهایت استفاده‌ی موفقیت‌آمیز این روش‌ها وابسته به صادق بودن فرض‌هایی است که گاهی وقت‌ها غیر قابل اثبات هستند.

در نتیجه یک روش جایگزین برای این روش‌ها، روش نمونه‌گیری برشی نوع دوم (سرشماری- نمونه‌گیری) است که پس از تعیین آستانه‌ی برش مناسب، جامعه‌ی مورد بررسی به دو ناحیه‌ی U_S و U_C برش داده می‌شود که در آن U_C شامل واحدهایی از جامعه است که متناظر با مقدارهای بزرگ و غیر قابل چشم‌پوشی Y هستند و به طور کامل و با احتمال یک در بررسی شرکت داده می‌شوند (ناحیه‌ی سرشماری). در حالی که ناحیه‌ی U_S شامل واحدهای باقی‌مانده‌ی جامعه است که از آن نمونه‌ای تصادفی اختیار شده و برای شرکت در آمارگیری استفاده می‌شود.

این نوع روش نمونه‌گیری برشی از نوع روش‌های نمونه‌گیری احتمالاتی است و براوردهای به دست آمده در این روش نااریب هستند.

پس از استخراج نمونه‌ای به اندازه‌ی n_S از ناحیه‌ی نمونه‌گیری U_S که دارای $N_S=N-N_C$ عضو است و مشاهده‌ی مقدارهای $y_1,\ldots,y_{n_S}$ یک براوردگر برای $\bar{Y}_N$ عبارت است از:

$$\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}=W_C\bar{Y}_C+W_S\bar{y}_S,\qquad W_S=\frac{N_S}{N},\qquad W_C=\frac{N_C}{N}. \tag{۸}$$

همچنین باید توجه کرد که در ناحیه‌ی U_S (که می‌توان آن را یک جامعه‌ی N_S عضوی نیز در نظر گرفت) $\bar{y}_S$ یک براورد نااریب برای $\bar{Y}_S$ است،
بنا بر این :

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

$$E(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = W_C \bar{Y}_C + W_S E(\bar{y}_S)$$
$$= W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S$$
$$= \bar{Y}_N$$

۴-۲- نمونه‌گیری برشی نوع سوم (سرشماری- نمونه‌گیری- حذف)

در روش نمونه‌گیری برشی نوع دوم ممکن است در عمل واحدهایی در ناحیه‌ی U_S موجود باشند که نمونه‌گیری از آن‌ها منجر به صرف وقت و هزینه‌ی زیاد شود، بنا بر این گرچه براوردهای ارائه‌شده برای پارامترهای مورد نظر در روش نمونه‌گیری برشی نوع دوم نااریب هستند، اما از نقطه نظر عملی از کارایی کم‌تری برخوردار هستند. یک روش جایگزین برای این روش که به ویژه در بررسی جامعه‌هایی با چولگی زیاد کاربرد دارد استفاده از روش نمونه‌گیری برشی نوع سوم است که در واقع تلفیقی از روش‌های نمونه‌گیری برشی نوع اول و دوم است. در این روش پس از تعیین آستانه‌های برش مناسب، جامعه‌ی مورد بررسی به سه ناحیه برش داده می‌شود که در آن یک ناحیه شامل واحدهایی از جامعه با مقدارهای بزرگ و غیر قابل چشم پوشی Y است که سرشماری می‌شوند (U_C). ناحیه‌ی U_S شامل بخشی از جامعه با مقدارهای متوسط Y است که از آن نمونه‌گیری به عمل می‌آید و نهایتاً ناحیه‌ی U_E شامل بخشی از جامعه با مقدارهای کوچک و قابل چشم‌پوشی Y هستند. لازم به ذکر است در روش نمونه‌گیری برشی هنگام ارائه‌ی براوردی از پارامتر مورد نظر عموماً دو نوع رهیافت در رابطه با مقدار صفت Y در قسمت حذف‌شده مورد استفاده قرار می‌گیرد که عبارت‌اند از رهیافت حذف (واحدهایی از جامعه که در ناحیه‌ی برش داده‌شده قرار می‌گیرند کلاً از بررسی حذف شده) و رهیافت مدل‌یار (پس از تعیین آستانه‌ی برش و تشکیل ناحیه‌ی U_E از طریق اطلاعات کمکی مقدارهای صفت Y برای قسمت حذف‌شده براورد می‌شوند). در ادامه براوردهای مربوطه به این رهیافت‌ها ارائه می‌شوند.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

۱-۴-۲- براوردگر برشی نوع سوم با رهیافت حذف

پس از تعیین آستانه‌های برش مناسب و تقسیم جامعه به ناحیه‌های U_C، U_S و U_E براوردگر $\bar{Y}_N$ فقط به کمک مقدارهای صفت Y در ناحیه‌ی U_C و نمونه‌ی به دست آمده از ناحیه‌ی U_S به‌صورت زیر محاسبه می‌شود. یعنی:

$$\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}} = W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{y}_S \qquad (۹)$$

که در آن $\bar{Y}_C$ میانگین ناحیه‌ی سرشماری، $\bar{Y}_S$ میانگین ناحیه‌ی نمونه‌گیری، $W_C = \frac{N_C}{N}$ و $W_S = \frac{N_S}{N}$ هستند. بنا بر این

$$\text{var}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = W_C^2 \,\text{var}(\bar{Y}_C) + W_S^2 \,\text{var}(\bar{Y}_S) = W_S^2 (1 - f_S) \frac{S_S^2}{n_S} \qquad (۱۰)$$

که در آن f_C عامل تصحیح جامعه‌ی محدود، S_S^2 واریانس ناحیه‌ی نمونه‌گیری و n_S اندازه‌ی نمونه است و میزان اریبی آن به‌صورت زیر محاسبه می‌شود :

$$\text{Bias}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S - \bar{Y}_N = -W_E \bar{Y}_E$$

که در آن $W_E = \frac{N_E}{N}$ است.

با توجه به نتیجه‌های به دست آمده میانگین توان‌های دوم خطا (MSE) برای $\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}$ عبارت است از:

$$\text{MSE}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = W_S^2 (1 - f_S) \frac{S_S^2}{n_S} + W_E^2 \bar{Y}_E^2 \qquad (۱۱)$$

۲-۴-۲- براوردگر برشی نوع سوم با رهیافت مدل‌یار

با استفاده از رهیافت مدل‌یار به جای حذف مقدارهای متناظر Y با واحدهای جامعه در ناحیه‌ی U_E با استفاده از اطلاعات کمکی در دست و اعمال برخی فرضیه‌ها، مجموع مقدارهای Y در ناحیه‌ی U_E براورد می‌شود. برای این منظور رابطه‌ی بین واحدهای جامعه در ناحیه‌ی حذف U_E و ناحیه‌های U_C و U_S براورد می‌شود تا به کمک آن

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

براورد دقیق‌تری برای میانگین جامعه به دست آید. این رابطه را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد [۱]:

$$\delta = \frac{N_E \bar{Y}_E}{N_C \bar{Y}_C + N_S \bar{Y}_S} \qquad (۱۲)$$

که در آن $\bar{Y}_C$ میانگین ناحیه‌ی سرشماری، $\bar{Y}_S$ میانگین ناحیه‌ی نمونه‌گیری، $\bar{Y}_E$ میانگین ناحیه‌ی حذف، N_C اندازه‌ی ناحیه‌ی سرشماری، N_S اندازه‌ی ناحیه‌ی نمونه‌گیری و N_E اندازه‌ی ناحیه‌ی حذف هستند.

وقتی مقدار δ از قبل معلوم نباشد به‌کمک مقدارهای متغیر کمکی X که دارای رابطه‌ی مستقیم با Y است، می‌توان δ را به‌کمک $\tilde{\delta}$ و به‌صورت زیر براورد کرد:

$$\tilde{\delta} = \frac{\sum_{i \in U_E} X_i}{\sum_{i \in U_C} X_i + \sum_{i \in U_S} X_i} = \frac{N_E \bar{X}_{X_E}}{N_C \bar{X}_{X_C} + N_S \bar{X}_{X_S}} \qquad (۱۳)$$

که در آن $\bar{X}_{X_C}$ میانگین مقدار متغیر کمکی در ناحیه‌ی سرشماری، $\bar{X}_{X_S}$ میانگین مقدار متغیر کمکی در ناحیه‌ی نمونه‌گیری و $\bar{X}_{X_E}$ میانگین مقدار متغیر کمکی در ناحیه‌ی حذف است.

که در نهایت میانگین جامعه برابر است با

$$\bar{Y}_N = W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S + W_E \bar{Y}_E .$$

حال با فرض آن که $\delta \cong \tilde{\delta}$، با براورد $\bar{Y}_S$ توسط $\bar{y}_S$، براوردگر برشی نوع سوم مدل‌یار برای $\bar{Y}_N$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}} = (1 + \tilde{\delta})(W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{y}_S) \qquad (۱۴)$$

میزان اریبی این براوردگر به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Bias}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) &= E(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) - \bar{Y}_N = W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S + \tilde{\delta}(W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S) - \bar{Y}_N \\ &= (\tilde{\delta} - \delta)(W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S) \end{aligned}$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

همچنین

$$\text{var}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = (1+\tilde{\delta})W_S^2(1-f_S)\frac{S_S^2}{n_S} \quad (۱۵)$$

میانگین توان دوم خطا برای براوردگر برشی نوع سوم مدل‌یار ارائه‌شده‌ی بالا عبارت است از:

$$\text{MSE}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = (1+\tilde{\delta})^2W_S^2(1-f_S)\frac{S_S^2}{n_S} + (\tilde{\delta}-\delta)^2(W_C\bar{Y}_C + W_S\bar{Y}_S)^2 \quad (۱۶)$$

اگر $0 \le \tilde{\delta}/\delta \le 2$ و یا $\tilde{\delta} \cong 0$ در این صورت اندازه‌ی میانگین توان دوم خطای براوردگر مورد نظر در رهیافت مدل‌یار کم‌تر از رهیافت حذف بوده و با اریبی کم‌تر روش مناسب‌تری برای استفاده از نمونه‌گیری برشی نوع سوم می‌باشد.

۳-۴-۲- تعیین اندازه‌ی نمونه در رهیافت حذف

با استفاده از $\text{MSE}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) \le v_0$، کم‌ترین مقدار اندازه‌ی نمونه برای دستیابی به دقت مورد نظر v_0 در براورد $\bar{Y}_N$ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$n_S \cong \frac{W_S^2S_S^2}{\frac{W_S^2}{N_S}S_S^2 + (v_0 - W_E^2\bar{Y}_E^2)} \quad (۱۷)$$

اگر اطلاعات کمکی قابل اطمینانی در ارتباط با صفت مورد نظر Y در دسترس باشد اندازه‌ی نمونه به طور تقریبی به‌صورت زیر براورد می‌شود:

$$n_S \cong \frac{W_S^2S_{X_S}^2}{\frac{W_S^2}{N_S}S_{X_S}^2 + (v_0 - W_E^2\bar{X}_E^2)} \quad (۱۸)$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

۴-۴-۲- تعیین اندازه‌ی نمونه در رهیافت مدل‌یار

کم‌ترین اندازه‌ی نمونه برای براورد $\overline{Y}_N$ به کمک روش نمونه‌گیری برشی نوع سوم با رهیافت مدل‌یار و دقت مورد نظر v_0 عبارت است از:

$$n_S = \frac{W_S^2 S_S^2}{\frac{W_S^2}{N_S} S_S^2 + \psi_{v_0}} \qquad (۱۹)$$

که در آن

$$\Psi_{v_0} = \frac{v_0 - (\tilde{\delta} - \delta)^2 (W_C \overline{Y}_C + W_S \overline{Y}_S)^2}{(1+\tilde{\delta})^2}.$$

۵-۴-۲- تعیین آستانه‌ی برش

میزان اریبی براوردهای به دست آمده و نیز دقت براوردگرهای ارائه‌شده برای t و $\overline{Y}_N$ در هر دو رهیافت حذف یا مدل‌یار به آستانه‌ی برش و تعداد عناصر درون ناحیه‌های حذف، سرشماری و نمونه‌گیری بستگی دارد. برای این منظور ابتدا آستانه‌ی برش برای ناحیه‌ی حذف تعیین شده، سپس برای تعیین ناحیه‌های سرشماری و نمونه‌گیری اقدام می‌شود.

پس از مرتب کردن مقدارهای Y در جامعه به‌صورت $Y_{(1)} \le Y_{(2)} \le \ldots \le Y_{(N)}$ و تشکیل $S_y(l) = \sum_{j=1}^{l} Y_{(j)}$ها، که در آن ناحیه‌ی U_{CS} شامل $100(\varepsilon)\%$ از اعضای جامعه با مقدارهای بزرگ و متوسط Y است و تمام واحدهای جامعه که برای آن‌ها $S_y(l) \le (1-\varepsilon) S_y(N)$ (که در آن $S_y(N)$ میانگین مقادیر واحدهای جامعه و $S_y(l)$ میانگین مقادیر تا واحد lام جامعه است)، در ناحیه‌ی U_E قرار می‌گیرند. در عمل مقدار ε از تجربه‌های گذشته و با در نظر گرفتن نظر کارشناسان و متخصصین تعیین می‌شود. هدف تعیین آستانه‌ی برش Y_S^* به گونه‌ای است که U_{CS} به ناحیه‌های U_C و U_S تقسیم شود.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

الف) تعیین Y_S^* برای دقت مفروض با رهیافت حذف

در این روش دقت براورد از قبل معلوم فرض شده و هدف ارائه‌ی آستانه‌ی برش بهینه می‌باشد که می‌توان آستانه‌ی برش را به‌صورت زیر به دست آورد: برای سادگی فرض کنید اندازه‌ی ناحیه‌ی سرشماری $N_C = m$ باشد.

$$Y_S^* = \bar{Y}_S(m) + \sqrt{\frac{N - l - m - ۱}{(N - l - m)^۲} N^۲ v_۰ + S_S^۲(m)} \qquad (۲۰)$$

که در آن N اندازه‌ی جامعه، l اندازه‌ی ناحیه‌ی حذف، $\bar{Y}_S(m)$ میانگین ناحیه‌ی نمونه‌گیری و $S_S^۲(m)$ واریانس ناحیه‌ی نمونه‌گیری است.

لازم به ذکر است یکی از ایرادهای آستانه‌ی برش ارائه‌شده آن است که محاسبه آن و ارائه‌ی مقدار m بهینه به مقدارهای $\bar{Y}_S(m)$ و $S_S^۲(m)$ بستگی دارد، بنا بر این در عمل نمی‌توان از آن استفاده کرد. برای همین منظور می‌توان کران بالایی برای Y^* به‌صورت زیر ارائه کرد که به $\bar{Y}_S(m)$ و $S_S^۲(m)$ وابسته نباشد:

$$Y_S^* < \bar{Y}_{CS} + \sqrt{\frac{N^۲}{N - l} v_۰ + S_{CS}^۲} \qquad (۲۱)$$

که در آن $S_{CS}^۲$ واریانس ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری است.

ب) تعیین Y_S^* برای دقت مفروض با رهیافت مدل‌یار

در حالتی که از اطلاعات موجود در ناحیه‌ی حذف استفاده شود با استفاده از فرمول اندازه‌ی نمونه آستانه‌ی برش به‌صورت زیر حاصل می‌شود [۱]:

$$Y_S^* = \bar{Y}_S(m) + \sqrt{\frac{N - l - m - ۱}{(N - l - m)^۲} N^۲ \Psi_{v_۰} + S_S^۲(m)} \qquad (۲۲)$$

که در آن

$$\Psi_{v_۰} = \frac{v_۰ - (\tilde{\delta} - \delta)^۲ (W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S)^۲}{(۱ + \tilde{\delta})^۲}$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

همچنین یک کران بالا برای آستانه‌ی برش بالا عبارت است از:

$$Y_S^* \le \bar{Y}_{CS} + \sqrt{\frac{N^2}{N-1}\left(\frac{\nu_0 - \left(\tilde{\delta}-\delta\right)^2\left(\bar{Y}_N - W_E\bar{Y}_E\right)^2}{\left(1+\tilde{\delta}\right)^2}\right) + S_{CS}^2}\,. \qquad (۲۳)$$

۳- براورد میانگین ارزش افزوده‌ی کارگاه‌های صنعتی ۱۰ کارکن و بیش‌تر در سال ۱۳۸۵

نظر به نقشی که نتایج حاصل از اجرای طرح آمارگیری از کارگاه‌های صنعتی کشور در روند توسعه‌ی صنعتی کشور ایفا می‌کند، حصول نتایج دقیق از طرح‌های موجود در این زمینه برای دستیابی به اهداف رشد و توسعه در این بخش ضروری است و این موضوع از دیدگاه صرفه جویی در هزینه همراه با حفظ کیفیت نتایج، اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. یکی از طرح‌های مهم مرکز آمار ایران آمارگیری از قیمت تولیدکننده‌ی بخش صنعت می‌باشد. این طرح با هدف کلی تعیین شاخص قیمت تولیدکننده‌ی بخش صنعت اجرا می‌شود، که میانگین قیمت نسبی قلم و یا مجموعه‌ای از قلم‌های مورد نظر جامعه‌ی هدف به منظور استفاده در محاسبه‌ی شاخص قیمت تولیدکننده‌ی بخش صنعت در سطح موضوعی[۱] و جغرافیایی[۲] را براورد می‌کند.

در این طرح جامعه‌ی هدف تمام محصولات و خدمات صنعتی تولید شده در کارگاه‌های صنعتی کشور است و هر یک از محصولات و خدمات صنعتی تولید شده در کارگاه‌های مورد نظر واحد آماری مزبور می‌باشد. زمان آمارگیری، هر یک از ۱۲ ماه سال، از بیستم شروع و تا سی‌ام همان ماه ادامه دارد و در نهایت اطلاعات مورد نظر از طریق مراجعه به منابع اطلاعات منتخب (کارگاه نمونه) و مصاحبه‌ی مستقیم با پاسخگوی مطلع جمع‌آوری می‌شود. روش آمارگیری مرکز آمار ایران در این طرح به این صورت است که در ابتدا از کارگاه‌های صنعتی ۱۰ کارکن و کم‌تر با توجه به چارچوب به دست آمده از سال ۱۳۸۱، نمونه‌گیری و از مابقی جامعه یعنی کارگاه‌های صنعتی ۱۰ کارکن و بیش‌تر سرشماری به عمل می‌آورد. لازم به ذکر است در هر رشته فعالیت صنعتی نمونه‌گیری

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

به‌صورت مستقل انجام می‌پذیرد و انتخاب اقلام مورد نظر با رعایت ضوابط خاصی انجام می‌گیرد.

با توجه به توضیحات داده شده یکی از روش‌هایی که می‌توان برای نمونه‌گیری از کارگاه‌های صنعتی استفاده کرد، نمونه‌گیری برشی است. در این بخش از طرح نمونه‌گیری برشی نوع سوم برای براورد میانگین ارزش افزوده کارگاه‌های صنعتی سال ۱۳۸۵ استفاده می‌شود. چارچوب مورد استفاده، با توجه به محدودیت‌های موجود (عدم وجود اطلاعات سرشماری چارچوب کارگاه‌های صنعتی کم‌تر از ۱۰ کارکن برای سال ۱۳۸۵ و همچنین عدم دسترسی به اطلاعات ارزش افزوده‌ی چارچوب به دست آمده برای کارگاه‌های صنعتی کم‌تر از ۱۰ کارکن سال ۱۳۸۱) اطلاعات حاصل از سرشماری برای کارگاه‌های صنعتی ۱۰ کارکن و بیش‌تر مربوط به سال ۱۳۸۵ می‌باشد.

به دنبال آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی لازم برای اجرای نمونه‌گیری برشی نوع سوم در سال ۱۳۸۶ با استفاده از داده‌های کارگاه‌های صنعتی ۱۰ نفر کارکن و بیش‌تر سال ۱۳۸۵ تعیین می‌شود. از آن‌جا که دسترسی به داده‌های این آمارگیری در سال ۱۳۸۴ مقدور نبود تا بر اساس آن‌ها آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی لازم در سال ۱۳۸۵ تعیین شود، لذا از آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی تعیین‌شده برای سال ۱۳۸۶ برای داده‌های سال ۱۳۸۵ استفاده شده است. در نهایت در یک مطالعه عمل‌کرد روش نمونه‌گیری برشی با رهیافت حذف و مدل‌یار مقایسه شدند. نتیجه‌ی این مطالعه نشان می‌دهد که رهیافت مدل‌یار تحت شرایطی بهتر از رهیافت حذف در این شیوه‌ی نمونه‌گیری عمل می‌کند. همچنین نتایج به دست آمده برای نمونه‌گیری برشی نوع سوم با رهیافت مدل‌یار با نتایج به دست آمده از نمونه‌گیری نسبتی مقایسه شد که نشان‌گر عملکرد بهتر نمونه‌گیری نسبتی می‌باشد.

از میان فعالیت‌های مختلفی که در کارگاه‌های صنعتی انجام می‌گیرد، کارگاه‌های صنعتی تولید آجر به‌دلیل تعداد زیاد کارگاه‌ها (۱۴۸۴ کارگاه) به‌عنوان جامعه‌ی هدف انتخاب شد. سپس با استفاده از نمونه‌گیری برشی و رهیافت‌های حذف و مدل‌یار و تولید ۱۰۰۰ نمونه، میانگین ارزش افزوده‌ی هر یک از رهیافت‌ها محاسبه و اریبی و میانگین توان‌های دوم خطای (MSE) آن‌ها محاسبه و مقایسه می‌شوند.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

دلایل انتخاب ارزش افزوده به‌عنوان عامل مورد بررسی ۱) قابلیت دسترسی آسان و ۲) برای محاسبه‌ی قیمت نسبی و شاخص قیمت[۳] است. این اطلاعات را می‌توان از طریق فرمول‌های مربوط و اطلاعات پرسشنامه در بخش عملکرد کارگاه از دفترچه‌ی راهنمای بازبین فنی استخراج نمود. ارزش افزوده، ثروت ایجاد شده توسط واحد تجاری است که این ثروت حاصل کار و تلاش گروهی تمامی افرادی است که به نوعی در واحد تجاری سهیم بوده‌اند. اما در شرایط کلی می‌توان گفت توسعه‌ی منابع و بهره‌گیری از تمامی منابع موجود در واحد تجاری، به شکلی که بازده‌ای قابل توجه و پایدار بیش از آن‌چه که خرج شده است برای این واحد به بار آورد، در نهایت از طریق ستانده منهای داده محاسبه می‌شود.

لازم به ذکر است برای محاسبه‌ی براوردها و معیارهای مقایسه، از نرم‌افزار R استفاده شده است. اکنون به تشریح کامل مراحل نمونه‌گیری برشی نوع سوم که توسط آن براوردها محاسبه شده‌اند، پرداخته می‌شود.

با توجه به توضیحاتی که برای نمونه‌گیری برشی در ابتدا داده شد اولین نکته در استفاده از این نوع روش نمونه‌گیری تعیین آستانه‌ی برش است که به طور مستقیم در آماره‌های آمارگیری مؤثر می‌باشد. در شروع کار چون هیچ اطلاعی درباره‌ی متغیر مورد بررسی در چارچوب وجود ندارد نمی‌توان با استفاده از چارچوب آستانه‌ی برش را تعیین نمود. در نتیجه می‌توان از عامل "تعداد کارکنان" به‌عنوان متغیر کمکی استفاده کرد. که با توجه به در دسترس بودن متغیر کمکی تعداد کارکنان و موجود بودن آن در تمامی چارچوب‌ها، به کارگیری این متغیر مطلوب‌تر به نظر می‌رسد.

با توجه به نوع روش نمونه‌گیری برشی باید دو آستانه‌ی برش برای جامعه‌ی مورد نظر به منظور تفکیک سه ناحیه با استفاده از متغیر کمکی تعداد کارکنان تعیین نمود (داده‌های مربوط به ارزش افزوده بر حسب میلیون ریال می‌باشند). در ادامه آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی لازم برای اجرای نمونه‌گیری برشی نوع سوم در سال ۱۳۸۶ با استفاده از داده‌های کارگاه‌های صنعتی ۱۰ نفر کارکن و بیش‌تر سال ۱۳۸۵ تعیین می‌شود.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

۱-۳- تعیین آستانه‌ی برش میان ناحیه‌های حذف (U_E) و مـابقی جامعـه (U_{CS})

ابتدا تعداد کارکنان کارگاه‌ها به ترتیب صعودی مرتب می‌شوند، سپس جمع تجمعی تعـداد کارکنان محاسبه شده و با $S(l)$ نشان داده می‌شود. با توجه به فرمول ارائه‌شده در بخش تعیین آستانه‌ی برش مجموع کـل برابـر $S(N) = ۱/۷۱۵۸۵E+۶$ شـده، بـا توجـه بـه این‌که $\varepsilon = ۰/۹۰$ (مقدار ε از طریق اطلاعات موجود در سال‌های قبل و نظر کارشناسان تعیین می‌گردد) در نظر گرفته می‌شود، در نهایت آستانه‌ی بـرش بـرای ناحیـه‌ی حـذف و نمونه‌گیری به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S(l) \le (۱-\varepsilon)S(N) \rightarrow S(l) \le ۰/۱S(N) \rightarrow S(l) = ۴۲۶۵$$

$S(l)$ جمـع تجمعـی ارزش افـزوده اسـت کـه مقـدار ارزش افـزوده‌ی ایـن مقـدار برابـر ۱۱۶/۳۹۰ میلیون ریال می‌باشد. از آن‌جا که داده‌ها با توجه به تعداد کارکنـان کارگـاه‌هـا مرتب شده‌اند و میزان ارزش افزوده‌ی ۱۱۶/۳۹۰ متعلق به کارگاهی با ۱۵ کـارکن اسـت لذا کارگاه‌هایی با تعداد کارکنان ۱۵ نفر و کم‌تر در ناحیه‌ی حذف قرار می‌گیرند.

بنا بر این کارگاه‌هایی که تعداد کارکنان آن‌ها بیش‌تر از ۱۵ نفر بوده است بـه‌عنـوان ناحیه‌ی سرشماری و نمونه‌گیری در نظر گرفته می‌شوند (کـه تعـداد کارگـاه‌هـایی کـه در ناحیه‌ی حذف قرار می‌گیرد ۳۳۳ کارگاه می‌باشد).

۲-۳- تعیین آستانه‌ی برش برای ناحیه‌های نمونـه‌گیـری (U_S) و سرشـماری (U_C)

برای تفکیک دو ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری از دو نوع رهیافت استفاده می‌کنیم. اولی رهیافت حـذف اسـت کـه در آن عنـصرهای ناحیـه‌ی حـذف در محاسـبات شـرکت داده نمی‌شوند و دیگری رهیافـت مـدل‌یـار اسـت کـه در آن بـه وسـیله‌ی ایجـاد رابطـه بـین عنـصرهای ناحیـه‌ی حـذف، ناحیـه‌ی نمونـه‌گیـری و ناحیـه‌ی سرشـماری بـه نحـوی از عنصرهایی که در ناحیه‌ی حذف قرار می گیرند استفاده می‌شود.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، علاوه بر تعیین آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی لازم برای اجرای نمونه‌گیری برشی نوع سوم در آمارگیری از کارگاه‌های صنعتی دارای ۱۰ کارکن و بیش‌تر سال ۱۳۸۶ در نظر است میانگین ارزش افزوده‌ی کارگاه‌ها در این آمارگیری با دو رهیافت حذف و مدل‌یار نیز براورد شده و عمل‌کرد آن‌ها مقایسه شود. از آن‌جا که دسترسی به داده‌های این آمارگیری در سال ۱۳۸۴ مقدور نبود تا بر اساس آن‌ها آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی لازم در سال ۱۳۸۵ تعیین شود، لذا از آستانه‌ی برش و اندازه‌ی نمونه‌ی تعیین‌شده برای سال ۱۳۸۶ برای داده‌های سال ۱۳۸۵ استفاده شده است.

۱-۲-۳- روش حذف

آستانه‌ی برش برای ناحیه‌ی حذف را می‌توان به وسیله‌ی دو روش تعیین نمود: اول بر اساس اندازه‌ی نمونه و دوم بر اساس اندازه‌ی دقت مورد نظر. چون یکی از اهداف یافتن اندازه‌ی نمونه می‌باشد، یعنی این‌که این تعداد در دسترس نمی‌باشد، در نتیجه آستانه‌ی برش بر اساس دقت مورد نظر تعیین می‌شود.

در ابتدا چون هیچ اطلاعی درباره‌ی واریانس و میانگین توان دوم خطای جامعه نداریم برای براورد دقت مورد نظر در تعیین اندازه‌ی نمونه، نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۰ از ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری به طور تصادفی انتخاب کرده و بر اساس آن MSE متغیر تعداد کارکنان X را براورد می‌کنیم.

براورد واریانس	$\mathrm{var}(\hat{X}) = ۲۳۷/۳۶۸۴$
میزان اریبی	$\mathrm{Bias}(\hat{X}) = ۸/۲۵۹۸۱۴$
در نهایت MSE	$\mathrm{MSE}(\hat{X}) = ۱۵/۲۷۵۳۹۰$

با استفاده از فرمول تعیین آستانه‌ی برش و همچنین محاسبه‌ی مقدار میانگین و واریانس ناحیه‌ی نمونه‌گیری برای رهیافت حذف مقدار مرزی بین ناحیه‌های نمونه‌گیری و سرشماری به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

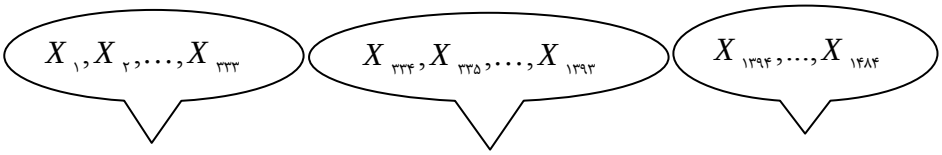
[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

میانگین تعداد کارکنان ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری $\bar{X}_{CS} = ۳۳/۳۵۹۳۸$

واریانس تعداد کارکنان ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری $S_{CS}^{۲} = ۶۹۶/۶۲۸۳$

در نتیجه $X_S^* = \bar{X}_{CS} + \sqrt{\frac{N^{۲}}{N-l}\mathrm{MSE} + S_{CS}^{۲}} = ۶۱/۳۱۴$

در این حالت کارگاه‌هایی که دارای ۶۲ کارکن و بیش‌تر می‌باشند در ناحیه‌ی سرشماری قرار گرفته و بقیه‌ی کارگاه‌ها (۱۵ کارکن تا ۶۱ کارکن) در ناحیه‌ی نمونه‌گیری قرار می‌گیرند. با این تقسیم‌بندی اندازه‌ی ناحیه‌ی سرشماری برابر ۹۱ (N_C) و اندازه‌ی ناحیه‌ی نمونه‌گیری برابر ۱۰۶۰ (N_S) به دست می‌آید.



ناحیه‌ی سرشماری = ۹۱ ناحیه‌ی نمونه‌گیری = ۱۰۶۰ ناحیه‌ی حذف = ۳۳۳

که در نتیجه وزن‌های مربوط به هر ناحیه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_E = \frac{۳۳۳}{۱۴۸۴} \qquad W_S = \frac{۱۰۶۰}{۱۴۸۴} \qquad W_C = \frac{۹۱}{۱۴۸۴}$$

۱-۱-۲-۳- تعیین اندازه‌ی نمونه در رهیافت حذف

بعد از تعیین مرز بین ناحیه‌ها و تعداد اعضای ناحیه‌ها می‌توان تعداد اندازه‌ی نمونه را محاسبه نمود. در ناحیه‌ی نمونه‌گیری تعداد اندازه‌ی نمونه با استفاده از رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود [چون هیچ اطلاعی در زمینه‌ی ارزش افزوده در دسترس نیست از اطلاعات مربوط به تعداد کارکنان (متغیر کمکی) استفاده می‌شود]

$$n \cong \frac{W_S^{۲} S_{X_S}^{۲}}{\frac{W_S^{۲}}{N_S} S_{X_S}^{۲} + (\mathrm{MSE} - W_E^{۲} \bar{X}_E^{۲})} + N_C$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

یعنی مقدار n_S برابر است با:

$$n_S \cong \frac{W_S^{۲} S_{X_S}^{۲}}{\frac{W_S^{۲}}{N_S} S_{X_S}^{۲} + (\mathrm{MSE} - W_E^{۲} \bar{X}_E^{۲})}$$

با استفاده از براورد واریانس متغیر کمکی در ناحیه‌ی نمونه‌گیری ($S_{X_S}^{۲} = ۹۹/۶۹۵۷$) مقدار اندازه‌ی نمونه برابر است با: $n_S \cong ۴۸/۷۶۲۳ \cong ۴۹$ و در نتیجه تعداد کل کارگاه‌های مورد بررسی برابر است با: $n \cong ۴۹ + ۹۱ = ۱۴۰۴۹$

در این مرحله نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴۹ از تعداد کارکنان کارگاه‌های صنعتی که در ناحیه‌ی نمونه‌گیری قرار گرفته‌اند، سپس میانگین ارزش افزوده‌ی کارگاه‌هایی که در نمونه انتخاب شده‌اند و واریانس این آماره را براورد می‌کنیم:

براورد میانگین ارزش افزوده در ناحیه‌ی نمونه‌گیری $\bar{y}_S = ۱۱۲۱/۲۷۱$

براورد واریانس میانگین ارزش افزوده در ناحیه‌ی نمونه‌گیری $s_s^{۲} = ۱۱۲۹۵۸۳$

میانگین ارزش افزوده‌ی ناحیه‌ی سرشماری $\bar{Y}_C = ۵۳۹۸/۸۱۳$

در نهایت براوردگر برشی نوع سوم در رهیافت حذف به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\bar{Y}}_{\mathrm{cut}} = W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{y}_S \quad \rightarrow \quad \hat{\bar{Y}}_{\mathrm{cut}} = ۱۱۳۱/۹۶۷$$

$$\hat{\mathrm{var}}(\hat{\bar{Y}}_{\mathrm{cut}}) = W_C^{۲} \mathrm{var}(\bar{Y}_C) + W_S^{۲} \mathrm{var}(\bar{y}_S) \quad \rightarrow \quad \hat{\mathrm{var}}(\hat{\bar{Y}}_{\mathrm{cut}}) = ۱۰۱۷۱/۱۲$$

در عبارت بالا، واریانس ناحیه‌ی سرشماری به علت سرشماری صفر می‌باشد.

براورد ارائه‌شده در بالا به علت حذف تعدادی از اعضای جامعه دارای اریبی است. برای محاسبه‌ی این اریبی عمل نمونه‌گیری با استفاده از نرم‌افزار R به تعداد ۱۰۰۰ بار، به گونه‌ای که در هر مرحله نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴۹ از ناحیه‌ی نمونه‌گیری گزینش شده و میانگین ارزش افزوده را در این ناحیه محاسبه نماید، انجام می‌شود. میانگین براورد میانگین این ۱۰۰۰ نمونه عبارت است از:

$$\hat{E}(\bar{y}) = \hat{\bar{Y}}_S = ۱۱۲۲/۳۵۷$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

و براورد میانگین نمونه‌گیری برشی نوع سوم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}} = \hat{E}(\bar{Y}_{\text{cut}}) = W_C\, E(\bar{Y}_C) + W_S\, \hat{E}(\bar{y}_S) = ۱۱۳۲/۷۴۳.$$

از داده‌های مربوط به جامعه میانگین ارزش افزوده را برای هر کارگاه محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{Y}_N = ۱۲۷۱/۶۵۵.$$

قدرمطلق اریبی براورد میانگین عبارت است از:

$$\left| \text{Bias}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) \right| = \left| W_C \bar{Y}_C + W_S \hat{\bar{Y}}_S - \bar{Y}_N \right| = ۴۳۸/۴۷۳۱,$$

در نهایت MSE براورد میانگین به‌صورت زیر براورد می‌شود:

$$\hat{\text{MSE}}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = \frac{۱}{(۱۰۰۰-۱)} \sum_{i=۱}^{۱۰۰۰} \left(\bar{y}_i - \hat{\bar{Y}}_S \right)^۲ + W_E^۲ \bar{Y}_E^۲ = ۵۱۱۶۷/۴۲.$$

۲-۲-۳- روش مدل‌یار

با حذف بخشی از جامعه (ناحیه‌ی حذف) اطلاعاتی که برای براورد مورد نظر ممکن است بسیار تأثیرگذار باشند از بین می‌روند. برای جلوگیری از این امر می‌توان با به دست آوردن رابطه‌ای میان داده‌هایی که در ناحیه‌ی حذف و داده‌هایی که در مابقی جامعه قرار دارند به نحوی از اطلاعاتی که در ناحیه‌ی حذف قرار دارند استفاده کرد.

در این روش در ابتدا از اطلاعات سرشماری سال قبل یعنی سال ۱۳۸۴ استفاده کرده و بر اساس تفکیک‌پذیری تقریبی جامعه به سه ناحیه‌ی حذف، نمونه‌گیری و سرشماری با توجه به نظر گروه کارشناسی و یا اطلاعات در دست (در این طرح از تقسیم‌بندی موجود به وسیله‌ی رهیافت حذف استفاده شده است و همچنین همان‌طور که در ابتدا توضیح دادیم به‌دلیل عدم دسترسی به اطلاعات سال ۸۴ از اطلاعات مربوط به سال ۸۵ استفاده می‌کنیم) رابطه‌ای میان عنصرهای ناحیه‌ها به دست می‌آوریم. این رابطه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta = \frac{N_E \bar{Y}_E}{N_C \bar{Y}_C + N_S \bar{Y}_S} = ۰/۱۳۳۸۳۸۸$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

میانگین‌های ناحیه‌ی حذف، نمونه‌گیری و سرشماری متغیر ارزش افزوده‌ی مربوط به سرشماری کارگاه‌های با ۱۰ نفر کارکن و بیش‌تر سال ۱۳۸۵ به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\bar{Y}_E = ۶۲۰/۷۸۷۱۲۳$$
$$\bar{Y}_S = ۱۱۲۱/۸۱۲۸۳۴$$
$$\bar{Y}_C = ۴۴۹۹/۲۲۷۸۴۴$$

همچنین $\tilde{\delta}$ که رابطه‌ی میان سه ناحیه برای متغیر کمکی تعداد کارکنان را تعریف می‌کند به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

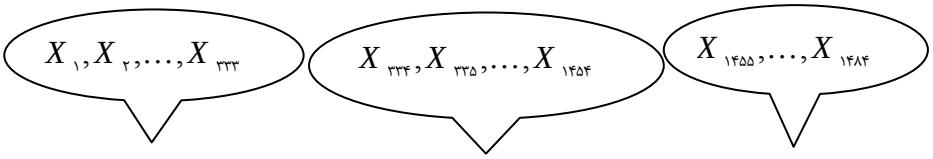
$$\tilde{\delta} = \frac{N_E \bar{X}_E}{N_C \bar{X}_C + N_S \bar{X}_S} = ۰/۱۲۹۳۱۲$$

که میزان $\tilde{\delta}$ با توجه به اطلاعات موجود در چارچوب سال ۱۳۸۵ برای متغیر کمکی تعداد کارکنان به دست می‌آید. (چون اطلاعات متغیر کمکی تعداد کارکنان در چارچوب سال ۱۳۸۵ موجود می‌باشد از این اطلاعات استفاده شده است). در این حالت از فرمول تعیین آستانه‌ی برش برای رهیافت مدل‌یار استفاده کرده تا آستانه‌ی برش میان ناحیه‌ی نمونه‌گیری و سرشماری تعیین شود:

$$X_S^* = \bar{X}_{CS} + \sqrt{\frac{N^۲}{N - N_E}\left(\frac{\mathrm{MSE} - \left(\tilde{\delta} - \delta\right)^۲ \left(\bar{X}_N - W_E \bar{X}_E\right)^۲}{\left(۱ + \tilde{\delta}\right)^۲}\right) + S_{CS}^۲} = ۱۰۶/۶۰۶۸$$

یعنی کارگاه‌هایی که دارای ۱۰۶ کارکن و بیش‌تر می‌باشند در ناحیه‌ی سرشماری قرار گرفته و بقیه‌ی کارگاه‌ها (۱۵ کارکن تا ۱۰۵ کارکن) در ناحیه‌ی نمونه‌گیری قرار می‌گیرند. با این تقسیم‌بندی اندازه‌ی ناحیه‌ی سرشماری برابر ۳۰ (N_C) و اندازه‌ی ناحیه‌ی نمونه‌گیری برابر ۱۱۲۱ (N_S) به دست می‌آید.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]



ناحیه‌ی سرشماری $= ۳۰$ ناحیه‌ی نمونه‌گیری $= ۱۱۲۱$ ناحیه‌ی حذف $= ۳۳۳$

$$W_C = \frac{۳۰}{۱۴۸۴} \qquad W_S = \frac{۱۱۲۱}{۱۴۸۴} \qquad W_E = \frac{۳۳۳}{۱۴۸۴}$$

۱-۲-۲-۳- تعیین اندازه‌ی نمونه در رهیافت مدل‌یار

در این مرحله که ناحیه‌ها مشخص و $\tilde{\delta}$ محاسبه شده است، با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان اندازه‌ی نمونه (n_S) را محاسبه کرد:

$$n_S = \frac{W_S^{۲} S_S^{۲}}{\frac{W_S^{۲}}{N_S} S_S^{۲} + \psi} = ۲۶/۳۸۲۶ \cong ۲۷$$

براورد واریانس متغیر کمکی در ناحیه‌ی نمونه‌گیری عبارت است از:

$$S_S^{۲} = ۲۳۹/۴۵۴۶$$

با توجه به مقدارهای $\tilde{\delta}$ و δ مقدار ψ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi = \frac{\mathrm{MSE} - (\tilde{\delta} - \delta)^{۲}(W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{Y}_S)^{۲}}{(۱ + \tilde{\delta})^{۲}} = ۴/۵۴۸۳۵۱$$

و در نتیجه تعداد کل کارگاه‌های گزینش‌شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$n = \frac{W_S^{۲} S_S^{۲}}{\frac{W_S^{۲}}{N_S} S_S^{۲} + \psi} + N_C = ۲۷ + ۳۰ = ۵۷$$

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

در ادامه نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۷ از ناحیه‌ی نمونه‌گیری به دست آورده و بر اساس مقادیر ارزش افزوده‌ی نمونه‌های به دست آمده براوردگر برشی نوع سوم با رهیافت مدل‌یار به‌صورت زیر به دست می‌آید:

میانگین ناحیه‌ی حذف $\bar{Y}_E = ۶۲۰/۷۸۷۱۲۳$

میانگین ناحیه‌ی نمونه‌گیری $\bar{y}_S = ۱۵۷۰/۸۳۴۰۴۷$

میانگین ناحیه‌ی سرشماری $\bar{Y}_C = ۷۸۷۴/۴۴۵۱۲۳$

و در نهایت براوردگر برشی نوع سوم $\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}} = (۱+\tilde{\delta})(W_C \bar{Y}_C + W_S \bar{y}_S) = ۱۸۱۲/۲۶۰۶۱۲$

واریانس براوردگر برشی نوع سوم در رهیافت مدل‌یار به‌صورت زیر براورد می‌شود:

$$\hat{\text{var}}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) = (۱+\tilde{\delta}) W_S^۲ (۱-f_S) \frac{s_S^۲}{n_S} = ۵۴۵۴۲/۷$$

که در آن $s_S^۲ = ۲۶۱۹۲۰۷$.

همانند قبل برای یافتن اریبی عمل نمونه‌گیری به اندازه‌ی ۲۷ را ۱۰۰۰ بار تکرار کردیم که در نهایت نتایج زیر حاصل شد:

$$\hat{E}(\hat{\bar{y}}) = \hat{\bar{Y}}_S = ۱۲۹۶/۱۸۳$$
$$\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}} = E(\bar{Y}_{\text{cut}}) = (۱+\tilde{\delta})(W_C \bar{Y}_C + W_S \hat{\bar{Y}}_S) = ۱۵۹۱/۱۰۸$$
$$\bar{Y}_N = ۱۲۷۱/۶۵۵$$

و بالاخره قدر مطلق اریبی عبارت است از:

$$|\text{Bias}(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}})| = |E(\hat{\bar{Y}}_{\text{cut}}) - \bar{Y}_N| = |(\tilde{\delta}-\delta)(W_C \bar{Y}_C + W_S \hat{\bar{Y}}_S)| = ۲۱۶/۰۷۷۸$$

در این حالت با استفاده از براورد واریانس براوردگر و میزان اریبی، MSE به‌صورت زیر براورد می‌شود:

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

$$\hat{\mathrm{MSE}}(\hat{\bar{Y}}_{\mathrm{cut}}) = \frac{1}{(1000-1)}\sum_{i=1}^{1000}\left(\bar{y}_i - \hat{\bar{Y}}_S\right)^2 + (\tilde{\delta}-\delta)^2(W_C\bar{Y}_C + W_S\hat{\bar{Y}}_S)^2 = 49355/48$$

با توجه به نتیجه‌های به دست آمده میزان اهمیت تعیین آستانه‌ی برش و نیز اندازه‌ی نمونه‌ی مورد نظر در این طرح به وضوح قابل مشاهده است که چگونه با تغییر دادن آستانه‌های برش برای ناحیه‌های مختلف نتیجه‌های به دست آمده تغییر می‌کنند. همچنین چگونگی تغییر نتیجه‌ها با استفاده از دو نوع رهیافت حذف و مدل‌یار نیز ملاحظه شد. در این بخش هدف این است که با در نظر گرفتن شرایط مورد نظر (محدودیت زمانی یا هزینه و...) تعیین شود که استفاده از کدام روش نتیجه‌ی دقیق‌تری را حاصل می‌نماید؟

با استفاده از نمونه‌گیری برشی نوع سوم و رهیافت مدل‌یار، جامعه به سه قسمت تقسیم می‌شود که نمونه‌ای به اندازه‌ی ۲۷ از ناحیه‌ی نمونه‌گیری به طور تصادفی انتخاب کرده، همراه با ۳۰ کارگاه که در ناحیه‌ی سرشماری وجود دارد، مورد پرسش قرار می‌گیرند، یعنی جمعاً باید به ۵۷ کارگاه مراجعه کرد به جای این‌که به ۱۴۸۴ کارگاه تولید آجر مراجعه شود. که در نهایت میانگین ارزش افزوده‌ی آن‌ها برابر ۱۸۱۲/۲۶۰۶۱۲ میلیون ریال می‌شود. در حالتی دیگر اگر نتوان رابطه‌ای میان ناحیه‌های حذف، نمونه‌گیری و سرشماری پیدا کرد و یا دستیابی به این رابطه مبتنی بر صرف زمان و هزینه‌ی بیش‌تری باشد از رهیافت حذف استفاده می‌شود. در مطالعه‌ی شبیه‌سازی نمونه‌ای به اندازه‌ی ۴۹ از ناحیه‌ی نمونه‌گیری گرفته به همراه ۹۱ کارگاه که در ناحیه‌ی سرشماری قرار داشتند، یعنی به طور کل از ۱۴۰ کارگاه پرسش به عمل می‌آید و در نهایت میانگین ارزش افزوده برای این روش برابر ۱۱۳۱/۱۷۳ میلیون ریال می‌شود.

برای مقایسه‌ی دو روش ذکر شده، همان‌طور که در فصل قبل توضیح داده شد اگر $0 \le \frac{\tilde{\delta}}{\delta} \le 2$ و یا $\tilde{\delta} \cong 0$ در این صورت اندازه‌ی میانگین توان دوم خطای براوردگر مورد نظر در رهیافت مدل‌یار کم‌تر از رهیافت حذف است و در نتیجه این روش دقیق‌تر می‌باشد. در این طرح با توجه به اینکه نسبت

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

$$\frac{\tilde{\delta}}{\delta} = \frac{۰/۱۲۹۳۱۲}{۰/۱۳۳۸۳۸۸} = ۰/۹۶۶۲,$$

مقداری بین صفر و ۲ است. رهیافت مدل‌یار نتایج بهتری را ارائه کرد. یعنی با توجه به محاسبات انجام‌شده میانگین توان دوم خطای رهیافت مدل‌یار ۴۹۳۵۵/۴۸ است که در مقایسه با میانگین توان دوم خطای رهیافت حذف (۵۱۱۶۷/۴۲) مقداری کم‌تر می‌باشد. در نتیجه در مطالعه‌ی شبیه‌سازی رهیافت مدل‌یار بهتر عمل کرده است. میزان قدرمطلق اریبی رهیافت مدل‌یار برابر ۲۱۶/۰۷۷۸ شده که در مقایسه با قدر مطلق اریبی در رهیافت حذف (۴۳۸/۴۷۳۱) کم‌تر می‌باشد. در نهایت می‌توان گفت در صورت استفاده از رهیافت مدل‌یار چون از داده‌های ناحیه‌ی برش داده شده نیز استفاده می‌شود براوردهای حاصل دارای میانگین توان دوم خطا و همچنین اریبی کم‌تری از رهیافت حذف می‌باشند. البته لازم به ذکر است که این نتیجه تحت شرایط $۰ \le \frac{\tilde{\delta}}{\delta} \le ۲$ یا $\tilde{\delta} \cong ۰$ حاصل می‌شود.

۳-۳- بحث و نتیجه‌گیری

در نهایت برای ارزیابی نتایج به دست آمده از روش نمونه‌گیری برشی نوع سوم بر اساس رهیافت مدل‌یار، نتایج به دست آمده از این روش را با براورد نسبتی از روش نمونه‌گیری تصادفی مقایسه می‌کنیم. به این ترتیب نمونه‌ای به اندازه‌ی ۵۷ از جامعه به روش تصادفی ساده بدون جایگذاری می‌گیریم و بر اساس این نمونه میانگین و واریانس آن را براورد می‌کنیم و این عمل را ۱۰۰۰ بار تکرار می‌کنیم در نهایت براورد نسبتی زیر حاصل می شود:

$$\hat{\bar{Y}} = ۱۲۷۰/۳۷۳$$
$$\mathrm{var}(\bar{Y}) = ۹۲۲/۵۲۱۶$$
$$|\mathrm{Bias}(\hat{\bar{Y}})| = ۱۲۹/۴۹۰۳۸$$
$$\mathrm{MSE}(\bar{Y}) = ۱۷۵۶۳/۴۵۲$$

که در مقایسه با مقدار اریبی که برای نمونه‌گیری برشی نوع سوم داشتیم مقدار کم‌تری است.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

همچنین مقدار MSE براوردگر نسبتی (۱۷۵۶۳/۴۵۲) نیز مقداری کم‌تر از MSE براوردگر برشی نوع سوم بر اساس مدل‌یار (۴۹۳۵۵/۴۸) می‌باشد. در نهایت می‌توان گفت با توجه به نمونه‌ی گرفته شده، نمونه‌گیری برشی نتایج ضعیف‌تری به دست داده است.

توضیحات

۱. شاخص قیمت تولیدی بخش صنعت در سطح هر یک از کدهای چهار رقمی بخش صنعت
۲. سطح جغرافیایی براوردها، کل کشور است.
۳. شاخص قیمت عبارت است از متوسط تغییرات متناسب قیمت مجموعه مشخصی از کالاها وخدمات که بین دو دوره‌ی زمانی بوجود می آید.

مرجع‌ها

[۱] پورمحمود، مریم (۱۳۸۷). نمونه‌گیری برشی با یک کاربرد. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشگاه علامه طباطبایی.

[2] Bee, M.; Benedetti, R., and Espa, G. (2007). A framework for cut off sampling in business survey design.

[3] Haan, J. De.; Opperdoes, E. and Schut, C. M. (1999). Item selection in the consumer price index: Cut-off versus probability sampling. *Survey methodology*, **25**, 31-41.

[4] Hidiroglou, M. A. (1986), The construction of a self representing stratum of large units in survey design. *The American Statistiction,* **40**, 27-31.

[5] Knaub, J. R., Jr. (2007). Cut off sampling. *Encyclopedia of Survey Research Methods.*

[6] Sarndal, C. E.; Swensson, B. and Wretman, J. (1997). *Model Assisted Survey Sampling.* Springer, New york.

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]

مریم پورمحمود
کارشناس ارشد آمار
تهران، خیابان شهید بهشتی، نبش احمد قصیر، دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی، گروه آمار.
رایانشانی: poormahmoud@yahoo.com

حمیدرضا نواب‌پور
دکترا آمار
تهران، خیابان شهید بهشتی، نبش احمد قصیر، دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی، گروه آمار
رایانشانی: h.navvabpour@srtc.ac.ir

[Downloaded from ijoss.srtc.ac.ir on 2026-10-05]