

روشی برای برآورد نسبت صفتهای حساسیت‌زا

محسن شهبازی

دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده: برآورد ناریب صفت حساسیت‌زایی را در جوامع انسانی در نظر بگیرید. به‌منظور حفظ حریم شخصی افراد، روش‌های گوناگونی بر اساس تکنیک پاسخ تصادفی شده، نسبت به روش مصاحبه‌ی رو در رو ارائه شده‌اند. تکنیک پاسخ تصادفی شده به‌منظور بررسی صفات حساسیت‌زا طراحی شده است تا میزان همکاری افراد را بهبود بخشد. در این مقاله ابتدا تکنیک پاسخ تصادفی شده وارنر را معرفی کرده و کارایی آن را با روش مصاحبه‌ی رو در رو مقایسه می‌کنیم. سپس دو روش پاسخ تصادفی شده‌ی سؤال نامرتب و قطری را بررسی می‌کنیم. در انتها با استفاده از تکنیک وارنر به بررسی نسبت استفاده از مشروبات الکلی در دانشگاه می‌پردازیم.

۱- مقدمه

آیا شما مالیات پرداخت می‌کنید؟ آیا با مجازات اعدام موافق هستید؟ تا به حال داروی غیر مجاز مصرف کرده‌اید؟ در بررسی‌هایی که به‌منظور برآورد نسبت تعداد پرداخت‌کنندگان مالیات، نسبت افرادی که با مجازات اعدام موافق هستند و همچنین درصد اشخاصی که از داروی غیر مجاز استفاده می‌کنند، اگر به‌طور مستقیم با سؤالات ذکر شده، پرسش شود، می‌تواند نتایج گمراه‌کننده‌ای به دنبال داشته باشد. در بررسی‌های نمونه‌ای که به‌منظور برآورد نسبت چنین صفات حساسیت‌زایی انجام می‌گیرد، افراد به دلایل مختلف، از جمله گرفتاری‌های بعدی که ممکن است پاسخ مثبت آن‌ها به دنبال داشته باشد، از ارائه‌ی پاسخ صحیح خودداری کرده و حتی گاهی اوقات پاسخی ارائه نمی‌کنند. لذا برای پرهیز از این مشکل روش پاسخ تصادفی شده (Randomized Response) مورد استفاده قرار

واژگان کلیدی: روش پاسخ تصادفی شده؛ حریم شخصی؛ نمونه‌گیری تصادفی ساده؛ کارایی برآوردگر.

دریافت: ۱۳۸۷/۱۲/۴، پذیرش: ۱۳۸۸/۳/۳

می‌گیرد. در روش پاسخ تصادفی شده با استفاده از ابزاری که پاسخ‌ها را تصادفی می‌کند، نمی‌توان به وضعیت فرد (داشتن یا نداشتن صفت مورد بررسی) پی‌برد. اولین بار وارنر در سال ۱۹۶۵ تکنیک پاسخ تصادفی شده را مطرح کرد [۵]. بعد از آن مدل‌های زیادی بر اساس تکنیک وارنر معرفی شدند که برخی با افزایش کارایی برآورده‌گر و برخی دیگر با افزایش اعتماد افراد، سعی در بهبود تکنیک وارنر داشتند.

تأثیر مثبت بر اعتبار (validity) نتایج آمارگیری، وقتی برآوردهای به دست آمده از روش پاسخ تصادفی شده با مقدار واقعی پارامتر جامعه و یا سایر روش‌های جمع‌آوری داده مقایسه می‌شود، به خوبی قابل مشاهده است. فراتحلیلی (meta-analysis) بر روی ۴۲ مطالعه نشان داد که برآوردهای به دست آمده از روش پاسخ تصادفی شده دارای اعتبار بیش‌تری نسبت به روش‌های سؤال-جواب مستقیم است [۲]. این اعتبار بیش‌تر با توجه به واریانس بیش‌تر روش پاسخ تصادفی شده تنها در صورتی قابل توجیه است که در این روش شاهد کاهش خطای غیر نمونه‌گیری شامل خطای پاسخ و پاسخ نادرست باشیم.

در بخش ۲ تکنیک وارنر به طور کامل معرفی شده و کارایی آن در مقایسه با روش پرسش رو در رو را بررسی می‌کنیم. در بخش ۳ روش سؤال نامرتب (unrelated question) ارائه می‌شود. در بخش ۴ مدلی که بدون استفاده از ابزار تصادفی‌سازی عمل می‌کند را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در انتها با استفاده از تکنیک پاسخ تصادفی شده به برآورد نسبت دانشجویان آمار و احتمال مهندسی دانشگاه صنعتی اصفهان که حد اقل یک بار از مشروبات الکلی استفاده کرده‌اند می‌پردازیم.

۲- مدل وارنر

افراد جامعه را برحسب این که صفت حساسیت‌زا را دارند یا ندارند، به ترتیب به گروه‌های A و \bar{A} تخصیص می‌دهیم. بنا بر این هر فرد در جامعه‌ی هدف به یکی از دو گروه A و \bar{A} تعلق دارد. اگر نسبتی از افراد جامعه که در گروه A قرار دارند را با π نشان دهیم، می‌خواهیم بدون آن که از هر شخص به طور مستقیم سؤال شود که آیا به گروه A تعلق دارد یا نه، π را برآورد کنیم. یک نمونه‌ی تصادفی ساده با جایگذاری به حجم

n از جامعه گرفته می‌شود. قبل از شروع کار، پرسش‌گر یک ابزار تصادفی‌سازی که از دو جمله‌ی

(آ) من به گروه A متعلق هستم.

(ب) من به گروه \bar{A} متعلق هستم.

به ترتیب با احتمال p و $1-p$ تشکیل شده است فراهم می‌کند. به‌عنوان مثال می‌توان از M کارت استفاده کرد، که بر روی MP تا از آن‌ها علامت A و $M(1-p)$ بقیه علامت \bar{A} درج شده است. سپس از هر عضو نمونه خواسته می‌شود که با استفاده از ابزار تصادفی‌سازی قبل، یکی از کارت‌ها را انتخاب کرده و بدون آن که پرسش‌گر جمله‌ی انتخاب‌شده را مشاهده کند، با توجه به کارت انتخابی و وضعیت خود پاسخ «بله» یا «خیر» بدهد. پرسش‌گر نباید علامت کارت انتخاب‌شده توسط پاسخ‌گو را ببیند بلکه فقط باید پاسخ «بله» و «خیر» را دریافت و ثبت کند. تحت این فرض که جواب‌های «بله» و «خیر» به طور صادقانه ارائه شده‌اند، برآورد ماکسیمم درست‌نمایی π برابر است با:

$$\hat{\pi} = \frac{n_1 - (1-p)}{2p-1}, \quad p \neq \frac{1}{2}.$$

که در آن n_1 تعداد پاسخ‌های «بله» در نمونه می‌باشد.

برآوردگر وارنر ناریب و دارای واریانس زیر می‌باشد:

$$\text{var}(\hat{\pi}_w) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \frac{p(1-p)}{n(2p-1)^2}.$$

این واریانس از دو جزء تشکیل شده است، جزء اول که مربوط به واریانس نمونه‌گیری تصادفی ساده برای برآورد نسبت می‌باشد و جزء دوم ناشی از ابزار تصادفی‌سازی مورد استفاده است. این ابزار با تصادفی کردن پاسخ‌ها موجب افزایش واریانس برآوردگر می‌گردد. لذا اگر چه با این روش شاهد افزایش خطای نمونه‌گیری هستیم اما در عوض خطای غیر نمونه‌گیری شامل عدم پاسخ، پاسخ‌های نادرست و ... کاهش خواهد یافت. هنگامی که خواهان مقایسه‌ی کارایی روش وارنر نسبت به روش پرسش رو در رو هستیم

نمی‌توان فقط از نسبت واریانس دو مدل برای قضاوت در مورد کارایی آن‌ها استفاده کرد. بدیهی است که اگر در روش پرسش رو در رو پاسخ افراد کاملاً صادقانه باشد، کارایی این روش نسبت به روش وارنر بیشتر خواهد شد. فرض کنید در روش مصاحبه‌ی رو در رو همه‌ی افراد، حاضر به پاسخ دادن به سؤال باشند و بی‌پاسخی نداشته باشیم ولی افراد دارای صفت حساسیت‌زا با احتمال T و افراد فاقد این صفت با احتمال H پاسخ صحیح دهند. اگر $y_i = 1$ و $y_i = 0$ به ترتیب بیان‌کننده‌ی پاسخ‌های «بله» و «خیر» i امین عضو نمونه باشد. برآوردگر π در روش رو در رو برابر است با

$$\hat{\pi} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

با توجه به احتمالات T و H برآوردگر مذکور اریب می‌باشد و امید ریاضی و واریانس آن برابرند با:

$$E(\hat{\pi}) = \pi T + (1 - \pi)(1 - H)$$

$$\text{var}(\hat{\pi}) = \frac{\{\pi T + (1 - \pi)(1 - H)\} \{1 - \pi T - (1 - \pi)(1 - H)\}}{n}$$

اگر در روش پاسخ تصادفی شده وارنر فرض بر این باشد که افراد با صداقت کامل ($T = H = 1$) به سؤالات پاسخ دهند، کارایی برآوردگر وارنر نسبت به برآوردگر معمولی به ازای T و H های مختلف محاسبه و که در جدول ۱ آمده است. در این جدول اندازه‌ی نمونه $n = 1000$ و نسبت واقعی A در جامعه $\pi = 0.6$ فرض شده است. در مواردی که T و H از عدد یک فاصله می‌گیرند، (صداقت کاهش می‌یابد) کارایی روش وارنر بیش‌تر از روش رو در رو است.

۲-۱ پارامترهای مدل وارنر

هرچه p در مدل وارنر به $\frac{1}{p}$ نزدیکتر باشد، به تعداد نمونه‌ی بیش‌تری نیاز خواهد بود تا افزایش واریانس حاصل از ابزار تصادفی‌سازی را کاهش دهد. از طرف دیگر p نمی‌تواند به صفر و یک خیلی نزدیک باشد چون اعتماد افراد با مشاهده‌ی نسبت کم کارت‌های با علامت A یا \bar{A} کاهش می‌یابد. لذا مقادیر $p = 0.25$ و $p = 0.75$ پیشنهاد می‌شود. در مجموع روش وارنر نیاز به تعداد نمونه‌ی بیش‌تری دارد تا افزایش واریانس مربوط به تکنیک را جبران نماید. مثلاً اگر $\pi = 0.5$ و $p = 0.75$ باشند، واریانس برآوردگر وارنر $\frac{1}{n}$ و واریانس برآوردگر معمولی $\frac{1}{4n}$ می‌باشد. لذا برای هم‌واریانس شدن باید حجم نمونه در برآوردگر وارنر ۴ برابر اندازه‌ی نمونه در برآوردگر معمولی باشد.

جدول ۱- کارایی روش پرسش رو در رو نسبت به روش وارنر

برآوردهای معمولی		اریبی	میانگین توان‌های دوم خطای برآوردگر پاسخ تصادفی شده			
			میانگین توان‌های دوم خطای برآوردگر معمولی			
T	H		$p = 0.6$	$p = 0.7$	$p = 0.8$	$p = 0.9$
0.95	1	-0.3	5/45	1/36	0.6	0.33
0.7	1	-0.18	0.19	0.05	0.02	0.01
0.5	1	-0.3	0.07	0.02	0.01	0.00
1	0.95	0.02	9/82	1/44	1/0.8	0.6
1	0.7	0.12	0.43	0.11	0.05	0.03
1	0.5	0.2	18/25	0.04	0.02	0.01
0.95	0.95	-0.01	18/25	4/54	2/00	1/11
0.7	0.7	-0.06	1/62	0.4	0.18	0.1
0.5	0.5	-0.1	0.61	0.15	0.07	0.04

۳- مدل پاسخ تصادفی شده همراه با سؤال نامرتب

تکنیک پاسخ تصادفی‌شده‌ی دیگری که گرینبرگ و همکاران معرفی کردند [۳]، روشی است که افراد به یکی از دو سؤال پاسخ می‌دهند، یکی از آن‌ها کاملاً بی‌ضرر و غیر

حساس بوده و با صفت مورد بررسی رابطه‌ای ندارد. سؤال نامرتبط می‌تواند چپ یا راست دست بودن، فصل تولد و ... افراد باشد. ابزار تصادفی مورد استفاده در این تکنیک شامل دو گزاره‌ی

(آ) من به گروه A متعلق هستم؛

(ب) من عضوی از گروه Y هستم؛

می‌باشد. جایی که Y همان صفت غیر حساس نامرتبط می‌باشد. این صفت باید طوری انتخاب شود که نسبت واقعی آن π_Y را بدانیم. با همان فرایند روش وارنر، افراد به ترتیب کارتی از داخل ابزار تصادفی‌سازی انتخاب و در صورت تطابق وضعیت خود با کارت انتخابی پاسخ «بله» یا «خیر» می‌دهند. برآوردها صفت مورد بررسی با روش ماکسیمم درست‌نمایی برابر است با:

$$\hat{\pi}_A = \frac{n_1 - \pi_Y (1-p)}{p}.$$

جایی که n_1 تعداد پاسخ‌های «بله» در نمونه می‌باشد. این برآوردها ناریب و واریانس آن برابر است با:

$$\frac{\{\pi p + (1 - \pi_Y)(1-p)\} \{1 - \pi p - (1 - \pi_Y)(1-p)\}}{np^2}.$$

در روش سؤال نامرتبط با وارد کردن صفتی غیر حساس، چون پاسخی که فرد ارائه می‌دهد کاملاً بر روی دو سؤال تصادفی شده است، تمایل افراد برای شرکت در طرح افزایش می‌یابد.

۴- مدل پاسخ تصادفی‌شده‌ی مثلی

در تکنیک پاسخ تصادفی‌شده‌ی قطری که یو و همکاران معرفی کردند [۴]، نیازی به ابزار تصادفی‌سازی نیست. در مدل وارنر و مدل سؤال نامرتبط افراد به صورت غیر مستقیم به

..... گزیده‌مطلب آماری، سال ۲۰، شماره‌ی ۱، بهار و تابستان ۱۳۸۸، صص ۱-۱۱

سؤال انتخاب شده پاسخ «بله» یا «خیر» می دهند، اما در روش یو و همکاران نیازی به پاسخ «بله» یا «خیر» نیست. در این روش جدولی به شکل جدول ۲ تهیه می شود. فرض کنید $X = 1$ به کلاسی از افراد که دارای صفت حساسیت زای می باشند و $X = 0$ به سایر افراد اختصاص داده شود. همچنین Y را یک خصوصیت دو وجهی غیر حساس، مستقل از X در نظر بگیرید. برای مثال $Y = 1$ بیان کننده ی این است که فرد بین فروردین تا تیر ماه متولد و $Y = 0$ بیان کننده ی این باشد که فرد بین مرداد تا اسفند ماه متولد شده باشد. پرسش گر باید Y مناسب را طوری انتخاب کند که $p = \text{pr}(Y = 1)$ به راحتی قابل برآورد باشد. از هر پاسخ گو خواسته می شود بر اساس وضعیت واقعی خود یک علامت در دایره و یا در مثلث قرار دهد. دقت کنید که با علامت زدن هر یک از این دو مورد نمی توان به وضعیت فرد پی برد.

جدول ۲-

گروه	$Y = 0$	$Y = 1$
$X = 0$	O	•
$X = 1$	•	•

بعد از این که یک نمونه ی تصادفی به حجم n بدون جایگذاری از جامعه ی هدف گرفته و از هر n نفر خواسته شد با توجه به وضعیت خود در دایره یا مثلث علامت بزنند. اگر تعداد علامت ها در دایره را با S نشان دهیم، تعداد علامت ها در مثلث برابر $n - S$ خواهد بود. با استفاده از روش ماکسیمم درست نمایی برآوردگر π به صورت زیر است:

$$\hat{\pi}_T = 1 - \frac{n_1}{n - p}$$

این برآوردگر نیز نارایب می باشد و واریانس آن برابر است با:

$$\text{var}(\hat{\pi}_T) = \frac{\pi(1-\pi)}{n} + \frac{p(1-p)}{n(1-p)}$$

نسبت دانشجویان درس آمار و احتمال مهندسی دانشگاه صنعتی اصفهان که حد اقل یک بار از مشروبات الکلی استفاده کرده‌اند

به منظور بررسی تکنیک وارنر و نحوه‌ی اجرای این روش موضوع استفاده از مشروبات الکلی مورد آزمایش قرار گرفت. به دلیل این که استفاده از مشروبات الکلی دارای حساسیت زیادی می‌باشد و افراد مصرف‌کننده، در مصاحبه‌هایی که به طور مستقیم انجام می‌گیرد، تمایلی برای ابراز واقعیت‌های موجود ندارند، تکنیک پاسخ تصادفی شده روش مناسبی برای سنجش نسبت استفاده‌کنندگان از مشروبات الکلی می‌باشد. با استفاده از روش پاسخ تصادفی شده، درصد بیش‌تری از افراد در طرح شرکت کرده و با توجه چگونگی محافظت این روش از پاسخ افراد، پاسخ‌های ارائه‌شده از اعتبار بیش‌تری نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است.

برای انجام طرح از دو گزاره‌ی «حد اقل یک بار از مشروبات الکلی استفاده کرده‌ام» و «تا به حال از مشروبات الکلی استفاده نکرده‌ام» استفاده شد و پارامتر $p = 0/3$ در نظر گرفته شد. نسبت $0/3$ با توجه به این که در تکنیک وارنر هر چه p به $0/5$ نزدیک‌تر باشد، واریانس برآورده‌گر زیاد شده و هر چه به صفر نزدیک‌تر باشد، تمایل افراد برای شرکت در طرح به علت مخاطره بیش‌تر کاهش می‌یابد، انتخاب شد.

به منظور برآورد نسبت مصرف‌کنندگان مشروبات الکلی، نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی ۵۳ نفر از دانشجویان درس آمار مهندسی که بین بیش‌تر رشته‌های دانشگاه مشترک بود، انتخاب شد. با توجه به این که درس آمار مهندسی برای دانشجویان ترم ۳ به بعد ارائه می‌شود، نمونه‌ی انتخاب‌شده نمی‌تواند نمایانگر خوبی از دانشگاه باشد که البته هدف ما نیز، ارائه‌ی برآوردی برای دانشگاه نبود و فقط نحوه‌ی اجرا و سایر جوانب تکنیک وارنر مد نظر بود.

ابتدا روش پاسخ تصادفی شده و تکنیک وارنر برای دانشجویان توضیح داده شد و به دانشجویان گفته شد، اگر رقم سمت راست موبایل و در صورت نداشتن موبایل، تلفن ثابت

منزل آن‌ها، یکی از ارقام ۰، ۱ یا ۲ است، به سؤال «حد اقل یک بار از مشروبات الکلی استفاده کرده‌ام» و در غیر این صورت به سؤال «تا به حال از مشروبات الکلی استفاده نکرده‌ام» پاسخ دهند. به این صورت که در صورت تطابق سؤال انتخاب شده با وضعیت آن‌ها پاسخ «بله» و در غیر این صورت پاسخ «خیر» دهند. با توجه به شماره موبایل و شماره تلفن ثابت که به اندازه کافی تصادفی و برای پرسش‌گر نامعلوم بود، افراد اعتراضی به این نحوه‌ی تصادفی‌سازی نداشته و به نوبت هر یک پاسخ‌های «بله» و «خیر» خود را ارائه کردند.

برآورد:

با توجه به تعداد کل پاسخ‌های «بله» $n_1 = 29$ داریم:

$$\hat{\pi}_w = \frac{n_1 - (1-p)}{2p-1} = \frac{29 - (1-0.3)}{0.6-1} = 0.4$$

بدین معنا که با توجه به تکنیک وارنر ۴۰ درصد از افراد نمونه، حد اقل یک بار از مشروبات الکلی استفاده کرده‌اند.

$$\text{var}(\hat{\pi}_w) = \frac{\hat{\pi}_w(1-\hat{\pi}_w)}{n} + \frac{p(1-p)}{n(2p-1)^2} = 0.025$$

لذا فاصله اطمینان ۹۵ درصد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$0.4 \pm 1/96 \times \sqrt{0.025} \Rightarrow (0.07, 0.73)$$

که فاصله‌ی اطمینان مناسبی نبوده و علت آن اندازه‌ی کم نمونه می‌باشد. با توجه به تصادفی‌شدن پاسخ‌ها در تکنیک پاسخ تصادفی شده این تکنیک نسبت به سایر روش‌های جمع‌آوری اطلاعات، اگر چه نتایج معتبرتری ارائه می‌کند، اما نیاز به نمونه با حجم بیش‌تری دارد.

از موارد حائز اهمیت در اجرای این روش، می‌توان به همکاری خوب افراد برای اجرای طرح اشاره کرد. وقتی این برتری قابل لمس می‌باشد که آن را با نرخ بی‌پاسخی در

روش‌های پرسش مستقیم مقایسه کنیم. چون موضوع مصرف مشروبات الکلی دارای حساسیت زیادی می‌باشد، در نتیجه نرخ بی‌پاسخی نیز در مواردی که آمارگیری به صورت پرسش مستقیم مطرح می‌شود، بالا می‌باشد. از طرف دیگر خطای مربوط به پاسخ‌های نادرست نیز، اعتبار نتایج کسب‌شده را زیر سؤال می‌برد. با استفاده از تکنیک پاسخ تصادفی شده این موارد به حد اقل می‌رسد.

۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مقاله فقط به سه مورد از روش‌های پاسخ تصادفی شده اشاره کردیم. روش‌های زیادی بر اساس تکنیک پاسخ تصادفی شده ارائه شده‌اند که هر کدام مزایای خاصی دارند ولی آنچه مهم است حفظ حریم شخصی افراد است که در همه‌ی این روش‌ها مد نظر می‌باشد ولی سطح این حفاظت برای این روش‌ها متفاوت است. برای کسب نتایج رضایت‌بخش و به دست آوردن پاسخ‌های درست، تفهیم روش به پاسخ‌گو دارای اهمیت زیادی است. اگر پاسخ‌گو مطمئن شود که با توجه به پاسخ وی به هیچ وجه نمی‌توان به وضعیت وی از لحاظ صفت مورد بررسی پی‌برد، مشارکت بهتری در مصاحبه خواهد داشت.

همان‌طور که در بخش قبل مشاهده شد، با استفاده از روش پاسخ تصادفی شده نسبت دانشجویان درس آمار و احتمال مهندسی که تجربه‌ی استفاده از مشروبات الکلی داشته‌اند، ۴۰ درصد برآورد شد، که این نسبت با مقادیر برآورد شده‌ی پیشین تفاوت زیادی دارد [۱]. به دلیل این که پژوهش‌های انجام‌شده در رابطه با این موضوع بر منبای روش‌های رو در رو و خوداظهاری بوده است، شامل نرخ بالای بی‌پاسخی است. این نرخ بالای بی‌پاسخی بیش‌تر مربوط به کسانی می‌شود که دارای این صفت بوده و از ارائه‌ی پاسخ خودداری می‌کنند. اما در روش پاسخ تصادفی شده با توجه به این‌که وضعیت واقعی افراد برای پرسش‌گر مشخص نمی‌گردد و در ضمن چون روش دارای ایده‌ای نو می‌باشد، تمایل افراد برای شرکت در آن افزایش می‌یابد.

مرجع‌ها

- [۱] سراج‌زاده، سید حسین؛ جواهری، فاطمه (۱۳۸۲). نگرش‌ها و رفتار دانشجویان. دفتر مطالعات و برنامه‌ریزی فرهنگی اجتماعی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، تهران.
- [2] Lensvelt, G.J.; Hox, J.J.; Van der Heijden, P.G.M. and Maas, C.J.M. (2005). Meta-analysis of randomized response research: thirty-five years of validation. *Sociological Methods Research* **33**, 319-348.
- [3] Greenberg, B.G.; Abul-Ela, A.L.A.; Simmons, W.R. and Horvitz, D.G. (1969). The unrelated question RR model: theoretical framework, *Journal of the American Statistical Association* **64**, 520-539.
- [4] Yu, J.W.; Tian, G.L. and Tang, M.L. (2008). Two new models for survey sampling with sensitive characteristic: design and analysis. *Metrika* **67**, 251-263
- [5] Warner, S.L. (1965). Randomized response: a survey technique for eliminating evasive answer bias. *Journal of the American Statistical Association* **60**, 63-69.

محسن شهبازی

کارشناس ارشد آمار

اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده‌ی علوم ریاضی، گروه آمار.

رایانشانی: m.shahbazi@math.iut.ac.ir